

جمهورية مصر العربية وزارة التربية والتعليم والتعليم الظثي الادارة الركزية لشئون الكثب

# الصف الأول الثانوى

الفصل الدراسي الأول



التراضيات تطريقات حملية في مجالات متعدة متما إنشاء الطرة والأبارك وتخطيط المدد وإحداد خرافطها التي نعتمد حل توازي المعتقليمات و المعتقيمات القاطعة لها وفق تتامي بين الطول الحقيق والطول في اليعم.

#### إعداد

أ/ عمر قؤاد جاب الله

أ.د/ ثبيل توفيق الضبع

أبر/ عفاف أبو الفتوح صالح

أبمد/ عصام وصفى روطائيل أ/ سيراطيم إلياس إسكندر

أ/ كمال يونس كبشة

#### مراجعة

أ/سمير محمد شعداوى

إشراف علمي

مستشار الرياضيات

إشراف تريوى

مركل تطوير الثناهج

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

Y . Y . /Y . 14

# بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح القلسقة التي تم في ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيمايلي:

- التأكيد على أن الغاية الأساسية من هذا الكتاب هي مساعدة المتعلم على حل المشكلات واثخاذ القرارات في حياته اليومية, والتي تساعده على المشاركة في المجتمع.
- التأكيد عنى مبدأ استمرارية التعلم مدى الحياة من خلال العمل عنى أن يكتسب الطلاب منهجية التفكير العلمي، وأن يمارسوا التعلم المعتزج بالمتعة والتشويق، وذلك بالاعتماد عنى تنمية مهارات حل المشكلات وتنمية مهارات الاستنتاج والتعليل، واستخدام أساليب التعلم الذاتي والمتعلم النشط والتعلم التعاوني بروح القريق، والمناقشة والحوار، وتقبل قراء الأخرين، والموضوعية في إصدار الأحكام، بالإضافة إلى التعريف ببعض الأنشطة والإنجازات الوطنية.
- ▼ تقديم رؤى شاملة متماسكة للعلاقة بين العلم والتكنولوجيا والمجتمع(STS) تعكس دور التقدّم العلمي في تنمية المجتمع المحلى، بالإضافة إلى التركيز على ممارسة الطلاب التصرُّف الواعي الفقال جيال استخدام الثوات التكنولوجية.
  - تنمية اتجاهات إيجابية تجاه الرياضيات ودراستها وتقدير علمائها.
  - تزويد الطلاب بثقافة شاملة لحسن استخدام الوارد البيئية التاحة.
- الاعتماد على أساسيات المعرفة وتنمية طرائق التفكير، وتنمية المهارات العلمية، والبعد عن التفاصيل والحشو، والابتعاد عن التعليم التلقيقي: لهذا فالاعتمام يوجه إلى إبراز المفاهيم والمبادئ العامة وأساليب البحث وحل المشكلات وطرائق التفكير الأساسية التي تميز مادة الرياضيات عن غيرها.

#### وفي ضوء ما سبق روعي في هذا الكتاب ما يلي:

- ★ تقسيم الكتاب إلى وحدات متكاملة ومترابطة لكل منها مقدمة توضح أهدافها ودروسها ومخطط تنظيمى لها والمصطلحات الواردة بها باللغة العربية والإنجليزية، ومقسمة إلى دروس يوضح الهدف من تدريسها للطالب تحت عنوان سوف تتعلم، ويبدأ كل درس من دروس كل وحدة بالفكرة الأساسية لمحتوى الدرس وروعى عرض المادة العلمية من السهل إلى الصعب ويتضمن مجموعة من الأنشطة التي تتناول الربط بالمواد الأخرى والحياة العملية والتي تناسب القدرات المختلفة للطلاب وتراعى الفروق الفرئية بينهم وتؤكد على العمل التعاوني، وتتكامل مع الموضوع.
- كما قدم في كل درس أمثلة تبدأ من السهل إلى الضعب، وتشمل مستويات تفكح متنوعة، مع تدريبات عليها تحت عنوان حاول أن تحل وينتهى كل درس ببند «تحقق من فهمك».
  - \* تنتهي كل وحدة بملخص للوحدة يتناول المفاهيم والتعليمات الواردة بالوحدة.

وأخيرًا ...تنمى أن نكون قد وفقنا في إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرنا العزيزة. والله من وراء القصد، وهو يهدي إلى سواء السبيل

# المحتويات

	الخبر والعادمات والدوال	الاولى
t	حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد.	1-1
4	مقدمة عن الأعداد المركبة،	Y-1
10	تحديد نوع جثرى المعادلة التربيعية.	۲-۱
19.	العلاقة بين جِنري معادلة البرجة الثانية ومعاملات حدودها.	ŧ-1
173	إشارة البالة.	0-1
4	متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد،	3-1
Ψ	ملخص الوحدة.	
	التشايي	الرحدة الثانية
Υ	تشابه المضلعات.	1-4
٨	شقابِه المثلثات.	Y - Y
4	العلاقة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين.	T - Y
	تطبيقات التشابه في الداثرة.	£ - Y
·	ملخص الوحدة.	
	نظريات التناسب في الثلث	الرحلة الثالثة
·	المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة.	1-7
	منصفا الزاوية والأجزاء المتناسية	Y - Y
	تطبيقات التناسب في الدائرة.	T-T
Υ	ملخص الوحدة.	
	حساني الثلثاق	الوحدة الرابعة
17	الزاوية الموجهة.	1-8
71	القياس السنيئي والقياس النائري لزاوية.	Y - E
	البوال المثلثية.	7 - £
0	الدوال المستواد	100000
	الزاويا المنتسية.	ŧ- ŧ
4		34.05
14	الزاويا المنتسية.	ŧ - ŧ
174 124 107	الزاويا المنتسية. التمثيل البياني للدوال المثلثية.	£-£ 0-£



#### ×

#### أهداف الوحدة

# في نهاية الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

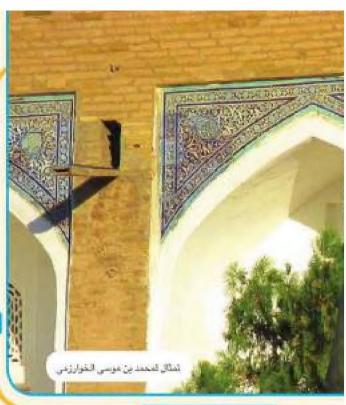
- يحل معادئة الدرجة اثنائية في متغير واحد جبريًّا وبيائيًّا.
- پرجد مجموع وحاصل ضرب تجذری معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد.
- پر جد بعض معاملات حدود معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بمعلومية أحد الجائرين أو كليهما.
  - # يتعرف المميز لمعادلة الدرجة الثانية في متغير واحد.
- يبحث نوع جذرى معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد بمعلومية معاملات حدودها.

#### data en etce

- يكون معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد بمعلومية معادلة
  - أخرى من الدرجة الثالية في متغير واحد.
    - = بيحث إشارة عالة.
- يتمرف مقدمة في الأعداد المركبة (تعريف العدد المركب،
   قوى ث، كتابة العدد المركب بالصورة الجيرية، تساوى
  - عددين مركبين).
  - . يحل متباينات من الدرجة الثانية في مجهول واحد.

# المصطلحات الأساسية 😽

- Equation عدد مركب Complex Number
- ا جلر المعادلة Discriminant of the Equation عدد تخيلي Imaginary Number
- Powers of a Number قرى العدد Root of the Equation
- Inequality عباية Sign of a function Coefficient of a Term



#### دروس الوحدة 🔰

الدرس (١ - ١): حل معادلات المدرجة الثانية في متغير واحد.

الدرس (١ - ٢): مقدمة عن الأعداد المركبة.

الدرس (١ - ٣): تحديد نوع جذري المعادلة التربيعية.

الدرس (١ ~ ٤): العلاقة بين جذرى معادلة الدرجة الثانية

ومعاملات حدودها.

الدرس (١ - ٥)؛ إلمارة الدالة.

الدرس (١٠-١): منباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد.

#### الأدوات المستخدمة 😸

آلة حاسبة علمية - ورق مربعات - حاسب آلي - برامج رسومية

- بعض المواقع الإلكترونية مثل:

www.phachpol.com

#### ليده تاريخية

الحساية والمتابعة الهندسية.

الجر كلمة عربية استخدمها محمد بن موسى الخوارزمي (القرن التاسع الميلادي في عصر الخليفة العباسي المأموث؟ في كتابه الذي ألقه، وكان عنواته «الجر والمقابلة»، والذي وضع فيه طرقًا أصيلة لحل المعادلات، وبذلك يحتبر الخوارزمي هو مؤسس علم الجر بعد أن كان الجر جرقًا من الحساب، وقد تُرجَم الكتاب إلى اللغات الأوربية بعنواك عالجر، ومنها أعد كلمة «الجر» (algebra).

والجذر هو الذي ترمز له حاليًا بالرمز من (إشارة إلى حل معادلة الدرجة الثانية) وقد وضع الخوارزمي حلولاً هناسية لحل معادلات الدرجة الثانية التي تفق مع طريقة إكمال المربع، واشتغل كثير من العلمة العرب بعض المعادلات، ومن أشهرهم عبر الخيام الذي اعتمريحل معادلات الدرجة الثالثة، وجدير بالذكر أنه ظهر في بردية أحمس (١٨٦٠ ق.م) بعض المسائل التي يشير حفها إلى أن المصريين في ذلك الحين قد توصلوا إلى طريقة لإيجاد مجموع المتنابعة

وقد وصل علم الجير حاليًا إلى درجة كيرة من التطور والتجريد؛ فيعد أن كان يتعامل مع الأعداد أصبح يتعامل مع كيانات رياضية جديدة مثل: المجموعات، والمصفوفات والمنجهات وغيرها.

والأمل معقود عليكم - أينامنا الطلاب- في استعادة مجنئا العلمي في عصوره الذهبية المصرية الفرعونية والعصور الإسلامية، والتي حمل علماؤنا فيها لواة التقدم ومشاعل المعرفة إلى العالم شرقًا وغربًا.



# حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد

Solving Quadratic Equations in One Variable

سبق أن درست المعادلات الجبرية في متغير واحد، وفي هذا الدرس سوف تدرس

والآن سوف تستعرض ما سبق لك دراسته من المعادلات الجبرية ذات المتغير الواحد

المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية في متغير واحد.

سوف تتعلم

# فكر 🕊 نامْش

- ا مفهوم المعادلة الجبرية ذات المتغير
- التحييزين للعاداات والعلاقات
- ا حل معادلة الدرجة الثانية في متخبر واحدجر أباوياتك
- ١- تسمى المعادلة: أس+ب=٠ حيث أ≠٠ بأنها معادلة من الدرجة الأولى في منابير واحد هو س (لأن أكبر قوى فيها للمتغير س هو العدد ١) ٧- تسمى المعادلة: أس' + ب س + حـ = ٠ حيث أ ≠ ٠ معادلة من الدرجة الثانية في ستغير واحد هو س (لأن أكبر قوى فيها للمتغير س هو العدد ٢) وعلى ذلك فالمعادلة: ٢س١ - ٣س١ - ٥ - ٠ تسمى معادلة من الدرجة الثالثة. (لأن أعلى أس فيها للمتغير س هو ٢).

#### المصطلحات الأساسية

٣ معادلة

What is All a

We t

ا معامل

#### المعادلات والعلاقات والدوال Equations, relations and functions

- سبق أن درست حل معادلة الدرجة الثانية جبريًّا كالتالي، بطر يقتين:
- أولًا: بتحليل المقدار اس + ب س + ج حيث أ، ب، جـ ﴿ ح، ا + ٠

(إذا كان ذلك ممكنًا في ص.).

تَانِيا: باستخدام القانون العام، و يكون جذرا المعادلة أس" + ب س + جـ = ٠ هما: س= -ب ± الب العامل س، ب معامل س، ج الحد المطلق. والآن سوف تدرس حل معادلة الدرجة الثانية بالبَّاء

Coefficient

Equation

Selection

Fahction

Fliction

# حل معادلة الدرجة الثانية ببانياً

#### Solving quadratic equation graphically

60

السراج ب سرجيد

حيث ا، ب، ج أعداد صحيحة بمكن

تحليلة كحاصل ضرب كثيرتي حدوه معاملاتها أعداد صحيحة إذا وفقط إذا كان المقدار ب' - ١ اجد مربع كامل

# المتدار التلائي

(١) حل المعادلة: س' + س - ٦ = - يانيًا، ثم تَحقُقُ من صحة الحل.

لحل المعادلة س' + س - ٦ = ٠ بيانيًا نتبع الآتي:

★ نرسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = س + س - ٦

#### الأحوات والوسائل

ه آلة حاسة علية ا ورق رسم بباتی

امتال

الرياضيات - العبق الأول الثانوي

دار الكتب الجامعية

نعين مجموعة الإحداثيات السينية لنقط تفاطع منحني الدالة مع محور السينات، فتكون هي مجموعة حل المعادلة.



تنشىء جدولًا لبعض قيم س، ثم نوجد قيم ص المناظرة لها كالآتي:

				Period & are and					
7	4	1	2.4	1-	ř-	T-	1-	س	
1	2	1-	7-	7-	£-	(ě	- 7	ص	

 نعين هذه الثقاط في العستوى الإحداثي المتعامد، ونصل بينهما بمتحنى كما في الشكل المجاور.

ومن الرسم نجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور السينات وهي س = - ٣، س = ٢ ويذلك تكون مجموعة حل المعادلة س ٢ - س - ٦ - ٠ هي (-٣٠٢).

يمكنك استخدام الحل الجبري لكي تطابقه مع الحل البياني كالآتي:

$$- = (T - (m + T))(m - T)$$
 قحليل المقدار الثلاثي: (س +  $T$ )

#### التحقق من صحة الحل:

عندما س = - 
$$7$$
: الطرف الأيمن للمعادلة =  $(-7)$  +  $(-7)$  –  $7$  –  $7$  –  $7$  . (الطرف الأيسر)

س = ٢ تحقق المعادلة.

#### THAU

أ- قي التمثيل البيائي للعلاقة السابقة ص=س + س - ٦

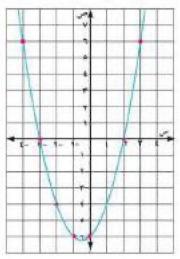
◄ العلاقة تمثل دالة؛ لأن الخط الرأسي يقطع المنحني في نقطة واحدة.

◄ المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

٣- للتعبير عن الدالة يستخدم الرمز د(س) بدلًا من ص، ويُقرأ دالة س.

تَصْكِيرِ بَاقِدِ: ١ - هِل كُلِّ دالة علاقة؛ فَشُر ذلك بأمثلة.

٣- هل يمكن تمثيل العلاقات والدوال بمعادلات؛ فسر ذلك.



#### للگو إذا كان أ. ب أحدادًا حقيقية وكان أ × ب - ٠ فإن: أ - ٠ أو ب - ٠



## و جاول أن تحل

 ♦ مثل العلاقة ص = س' - ٤ بياتيًا، ثم أوجد من الرسم مجموعة حل المعادلة س' - ٤ = ٠ و إذا كانت ص = د(س) فبيِّن أنَّ د دالة، وحنَّد مجالها ومناها [ ناقش معلمك].

🐨 الوبط بالنفيزياء: أطَّلُقت قذيفة رأسيًّا بسرعة (ع) تُساوى ٥ ، ٢٤ متر /ث. احسبْ الفترة الزمنية (ن) بالثانية التي تستغرفها القذيفة حتى تصل إلى ارتفاع ف مترًا، حيث (ف) تساوى ١٩,٦ مترًا، علمًا بأن العلاقة بين ف، ن كالآتي؛ ف= عن-1,9 نائ.

الحا،

بالنمويض عن: ف = ١٩٠٦ متر، ع = ٥٠ ٢٤ مترًا/ ث في العلاقة ف = ع ن - ٩٠ ٤

. ١٩,٦ = ١٩,٩ ن - ١٩٤٥ ويقسمة الطرقين على ١٠,٩

وبالصيط

ينحليل المتدار الثلالي. .: ن'-ەن+٤=٠

أَى أَنْ تَ نَ = ١ ثَانِيةً أَو نَ = ٤ ثَانِيةً. ・= (モーン) (ハーン) ...

تفسير وجود جوابين: القديفة تصل إلى ارتفاع ١٩,٦ مترًا بعد ثانية واحدة، ثم تستمر في الحركة لأعلى حتى تصل الأقصى ارتفاع، ثم تعود إلى نفس الارتفاع مرة أخرى بعد ؛ ثوان من لحظة إطلاقها.

# 🥏 حاول أن تحل

🕥 الربط بالثُّلعاب الوبائية: في إحدى الألغاب الأولمبية قفرْ متسابق من منصة ارتفاعها ٨٠٨ أمتار عن سطح الماء عاليًا مبتعدًا عنها، فإذا كان اوتفاع المتسابق عن سطح الماء ف مترًا بعد زمن قدره ن ثانية يتحدد بالعلاقة: ف = -٩, ٤٥ ' = ٤٥, ٢٠ + ٩,٨ ، فأوجد لأقرب رقمين عشر يبن متى بصل المتسابق لسطح الماه؟

# الشاط

قم بزيارة المواقع الآثية:





# تمارين (۱ – ۱)

# أولاً: الاختيار من متعدد

- المعادلة: (س ۱) (س + ۲) = ١ من الدرجة:.
  - ب التائية Joyl 1
- 🔻 مجموعة حل المعادلة س" س في ح هي:
  - 111 4 1-1
- अधि। १
- الرابعة
- 11 ... ] 3

1/p Yt. 4

. 3 120 That

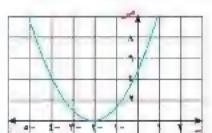
[1.1-]

دار الكتب الجامعية الرياضيات - الصف الأول الثالوي

- مجموعة حل المعادلة س ٢٠٠٠ في ح هي:
- 1 7 / 1 "+"
  - [₹-} I
- (1) مجموعة حل المعادلة س' ٢س ١٠ في ح هي:
- 12,8-1 4 (4) 5

T (4) #

- 14-1 1



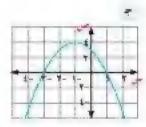
- = '(ف سی− ۱) جا

- (a). بمثل الشكل المقابل المنحى الياني لذالة تربيعية د. مجموعة حل المعادلة د(س) = - في ح هي:
- JE-1 1
- [£ . 4-1 3
- Ø 9

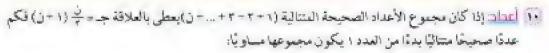
# ثَانَيًا؛ أجِب عِنْ الأَسِنَاةِ الأَتِّيةِ؛

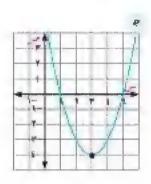
- (٦) أوجد مجموعة حل كن من المعادلات الآنية في ح:
- ٣ سي٠ + ٣سي -
- رأ س ١ ١ ١
- · = 4 + 1, 4
- ة سر" السور الا = ·

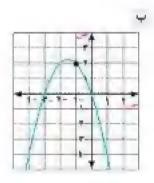
- ه س (س+۱) (س −۱) =۰
  - بيين كل شكل من الأشكال الآئية الرسم البيائي لدالة من الدرجة الثانية. أوجد مجموعة الحل للمعادلة د (س) - - في كل شكل.

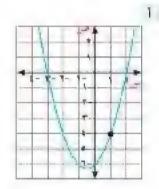


- أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ح وحثق الناتج بياتيًا:
  - ب ۲ س ت ۲ س ت ع س م
- 1 + pra |
- ع (۳ <sub>مع</sub>) ع
- م اس"=ا−فس
- $1 = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot$
- ه سي<sup>ا</sup> + ۲س = ۱۳
- حل المعادلات الأتية في ح باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقم عشري واحد.
  - و س'۔اس⊤۲ہ،
- = 10 = 1 pt 1
- . 1س<sup>ا</sup>−۳س-1 = •
- ج س°+۱س+۸--
- ه هس <sup>۱</sup> ۳س ۱ = ۱
- و ٦٠٠٠ ١١٠١ ١١٠١









١٧ اكتشف الخطأ أوجد مجموعة حل المعادلة (س - ٣) = (س - ٣).

إجابة زياد

$$(T'-U^{-1})^{-1}(T'-U^{-1})^{-1}$$

$$\boldsymbol{\cdot} = [\mathbf{1} - (\mathbf{T} - \mathbf{w})](\mathbf{T} - \mathbf{w}) \quad ...$$

# أي الحلين صحيح الماذا1

📆 تفكير الفنة فُذفت كرة وأسيًّا إلى أعلى بسرعة (ع) تساوي اء ٢٩ متر/ث. احسُب الفترة الزمنية (ن) بالثانية التي تستغرقها الكرة حتى تصل إلى ارتفاع (ف) مترّا، حيث ف تساوى ٣٩,٣ مترًا علمًا بأن العلاقة بين ف، ن تُعْطى كالأتى ف= ع ن- ١٠٤١ نا.

# مقدمة عن الأعداد المركبة

# **Complex Numbers**

4-1

# مُعَرِ وَ بَاقَ اللَّهِ اللَّهُ اللَّهِ اللَّهُ اللَّهِ اللَّهُ اللَّهِ اللَّلَّمِ اللَّهِ الللَّلْمِلْمُلْلِيلَّالِيلَّالِيلِللَّا اللَّهِ اللَّهِ الللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ ا

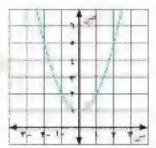
سوف تتعلم

مفهوم العدد النخیل.
 قری ب الصحیحة.
 مفهوم العدد الركب.
 الساري عدین مركبن.
 العملین مراکبن.
 العملین مرا الأعداد الركب.

سبق أن درست نظمًا مختلفة للأعداد، وهي نظام الأعداد الطبيعية "ط" ونظام الأعداد الصحيحة "صه" ونظام الأعداد الصحيحة "صه" ونظام الأعداد النسبية "له" وأخيرًا نظام الأعداد الصحيحة "ع" ورأينا أن أي نظام ينشأ كتوسيع للنظام الذي يسبقه لحل معادلات جديدة لم تكن قابلة للحل في النظام السابق، وإذا تأملنا المعادلة س" - ا نجد أنها غير قابلة للحل في ح، إذ لا يوجد عدد حقيقي مربعه يساوى (١) يحقق المعادلة؛ لذا نحتاج لدراسة مجموعة جديدة من الأعداد تسمى مجموعة الأعداد المركبة.

ييين الشكل المجاور: التمثين البياني للدالة ص = س'- ا تلاحظ من الرسم أن منحني الدالة لايقطع محور السينات؛ وبذلك لا يكون للمعادلة س' ١٠٠ - ، حلول حقيقية.

لذا كان من الضروري التفكير في مجموعة جديدة للأعداد لحل هذا النوع من المعادلات.



المصطلحات الأساسية

iringerary Number فيل 4 Complex Number مركب

# Links /

الحدم التخيلي

Imaginary number

يعرف العدد التخيلي ت بأنه العدد الذي مربعه يساوي (-١)

ى أن الله الحاصية ١٠-٦- ٢٠ لكل ا و ح+

وتسمى الأعداد التي على الصورة ٢٠٠١ - ٥٠، ١٠ ٣ ت بالأعداد التخبلية

بلك تحب ١٠٠٠ عام

ه آلة حاجة عليه

الأدوات والوسائل

ياءة = يا قات وهكذا.....

تفکیر نافد: إذا کان 1، ب عددین حقیقیین حالیین، فهل من الممکن أن یکون المکن آل یکون الله بازات الله بازار عددی.

## قَوَى تَ الصحيحة: Integer powers of /

العدد ت يحقق قوانين الأسس التي سيق لك دراستها، ويمكن التعبير عن القوى المختلفة للعدد ت كالآتي:

ث = ث عث × ث= ث عث × ث= ث

ت' دن'×۱-×۱-×۱-۰ ت' دن'×ت-۱ دن-ت

وبوجه عام قإن : ١١٥ م ١٠٥٠ م ١٠٥٠ م ١٠٥٠ م ١٥٥٠ م ١٠٥٠ م ١٠٥٠ م

# Jidato.

أوجد كلًا مما يأتي في أبسط صورة.

ا ت ا

🈇 الغل

11 ت تو (ت")" × ت ما × × ۱ م ۱ م

ح ت "- (ټ') "ا×ټ'- ۱×ټ'- ت

# a<sub>4</sub> \$ # ± ₹

ب ت'اج (ت') ' × ت'ج ا × - ت ج - ت

: <u>|--4</u>

ت يرمز لها بالرمز ا

## 🥌 حاول أن تحل

(١) أوجد كلُّا مما يأتي في أبسط صورة:

, + no 4 10 1

د ت ا م تا

# العدد المركب

# Complex number

12 - W \_ 3

العدد المركب هو العدد الذي يمكن كتابته على الصورة الدب تحيث أ.ب عددان حقيقيان. ويبين الشكل التالي مجموعات الأعداد التي تُشكل جزءًا من نظام العدد المركب.





إذا كان أ، ب عددين حقيقيين فإن العدد ع حيث ع = أ + ب ت يسمى عددًا مركبًا، وتسمى أ بالجزء الحقيقي للعدد المركب ع. ب بالجزء التخيلي للعدد المركب ع.

و إذا كانت ب- ، فإن العدد ع - أ يكون حقيقيًّا، و إذا كانت أ - ، فإن العدد ع - ب ت يكون تخيليًّا

حیث ب ﴿ صفر۔

# "مثل

ا ] : حل المعادلة ٩س ؛ ١٢٥ = ٦١

الدل

المعادلة فس - ١٢٥ = ٢١

٩س م ١٢٥ - ١٢٥ - ١٢٥ - ١٢٥ بإضافة ١- ١٢٥ ؛ إلى طوفي المعادلة

٩ س - ١٤٠ بقسمة طرق المعادثة على ٩

78-2 0

بأخل الجبار التريس

<u>¬\\\ 4</u> \ ± = \_\_\_

تعريف العفد الحركب

٧ فصر ١ 6 € 7 ما

س -±<del>/</del>ت

## 🏟 حاول أن تحل

حل كلًا من المعادلات الآتية:

Vostini, es 8

1 تس' ۱ ۲۷ مه

Equality of two complex numbers

#### تساوي عددين مركبين

يضاوي العددان المركبان إذا وفقط إذا تساوي الجزءان الحقيقيان وتساوى الجزءان التخيليان. إذا كان: أ - ب ت - ج - و ت فإن: أ ج ، ب - و والعكس صحيح

# gia-

١٠) أوجد قيمتي س، ص اللئين تُحققان المعادلة: ٢س - ص - (س - ٢ص)ت = ٥ + ت حيث س، ص ∈ ع، ت' = ١٠

🥮 التال

بمساواة الجزأبن الحقيقين أحدهم بالآخر وكقلك الجزأبن النخيليين أحدهما بالأخر

1-0-1-0-1 = 0-0-0-t

بحل المعاطنين يتنج أن

س = ۲ ی ص = ۱

#### 🧼 جاول أن تحل

🕏 أوجد قيمتي س، ص اللتين تُحققان كن من المعادلات الآتية:

ب ۲س - ۳ + (۲صی ۱۰ ) ت - ۷ - ۱۰ ت

أ (الس - ۱۱) ÷ اص ت = ۱۲ ت



#### Operations on complex numbers

# العمليات على الأعداد المركبة

يمكن استخدام خواص الإبدال والتجميع والتوزيع عند جمع أو ضرب الأعداد المركبة، كما توضع ذلك الأمثلة النائية:

# dia

#### 🕶 الخل

$$\lim_{t\to\infty}\left(1-\tilde{x}-\right)+\left(T+V\right)=$$

# 🧽 حاول آن تحل

# (١) أوجد في أبسط صورة ناتج كلُّ مما بأتي:

$$(\triangle Y \circ T)(\triangle T - 0) = 7 \qquad (\triangle Y \circ E)(\triangle T - E)$$

$$(\pm t + \xi)(\pm t - \xi) \quad \forall \quad (\pm t - v) - (\pm s - v\tau) \quad 1$$

## Conjugate Numbers

# العددان المترافقان

العددان المركبان أ - ب ت ، أ سبب ت يسميان بالعددين المترافقين فعالاً ٤ - ٢ ت ، ٤ + ٢ ت عددان مترافقان، حيث: (١) (٥ - ٣ ت) (٤ - ٣ ث) - (٤) (- (٣ ت))

يفكم ناقد

# dia

أوجد قيمتي س، ص اللتين تحققان المعادلة:

$$(2 - 7)(2 + 7)$$
 $= -47$ 

🛑 إلجل

🧀 حاول آن تحل

(a) أوجد في أبسط صورة قيمة كلُّ مما يأتي:

آي آن: س= ₹ . ص=- ₹

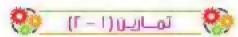
# diker

- الآل شهيهاي: أوجد شدة التيار الكهربي الكلبة المار في مقاومتين منصلتين على النوازي في دائرة كهربية مغلقة، إذا كانت شدة التيار في المغاومة الأولى ٥ – ٢ت أميير وفي المقاومة الثانية ٢ ، ت أميير (علمًا بأن شدة التيار الكلية نساوي مجموع شدني التيار المار في المقاومتين).
  - 🕶 الحل

- 🏝 هاول ان نهل
- إذا كانت شدة التيار الكهربي الكلية المار في مفاومتين متصلتين على التوازي في دائرة كهربية مغلقة تــاوي
   ١٥ ٤ ت أمبير، وكانت شدة التيار المار في إحداهما ٢٠٠٠ فأوجد شدة التيار المار في المقاومة الأخرى.

# الأي بعد سرمتسات

آن تفري الثان أوجد في أبط صورة (١-ت)".



🕦 ضع كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

الله بسط كلًا مما يأتي:

"(シャー)"(シャー) \* (シュー) (シェー) ヤ (ジャー) シャ ヤ マー) シャ ト

آی آوجد نائج کلّ مما یأتی فی آیسط صورة: 1 (۲-۲ت) + (۲-۵ت) - ۳ (۲۲-۱۳ت) - ۹ (۲۲-۲۳ت) - ۲ (۲۲-۲۳ت) - ۲ (۲۲-۲۳ت)

💽 ضع كلًّا مما يأتي على صورة ا • ب ت

('a++'a++){'a++} >

(コヤーキ)ー(コヤ・ヤ) 1

(∴-T)(∴-T) 3 <u>∴T-T</u> =

1 ٢س" - ١٤ عن " + ١٤٠٠ ع ع ٢٠٠٠ ع ع

المجالة: أوجد شدة النبار الكهربي الكانية المار في مقاومتين متصلتين على التوازي في دائرة كهربائية مغلقة

- إلى كهرياء: أوجد شدة النبار الكهربي الكانية المار في مقاومتين متصلتين على النوازي في دائرة كهربائية مغلقة إذا كانت شدة النبار في المقاومة الأولى ٤ ٣ ت أمبير، وفي المقاومة الثانية ٢٠٠٠ أمبير
  - ( أ اكتشف الخطأ أوجد أبعط صورة للمقدار: (٢ + ٢ ث) (٢ ٢ ث)

(حان کریم (۲۰۱۳) (۲۰۱۳) = (۱۰۱۵) (۲۰۱۳) = (۱۰۱۶) ۲۰۱۳ ت) = ۱۰۰۳ ت = ۱۰۰۰ ۲۰۱۰ ت احادة أحيد (ت+ + ۲)(ت+ + ۲)(ت+ + ۲) (ت+ + ۲) (ت+ + ۲) = (ت+ + ۲)(ت+ ۲) (ت+ ۲) = (ت+ ۲) ت

أى الحليل صحيح؟ لماذا؟

# تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية

Determining the Types of Roots of a Quadratic Equation

4-1

سوف تتعلم

யல்**் g** J56 🎾

المعادة أوغ جائري انعادلاً
 التحدة

سبق أن درست حل معادلة الدرجة الثانية (المعادلة التربيعية) في منفير واحد في ح: وعلمت من خلال حل المعادلة أن عدد حلولها الحقيقية إما أن يكون حلين أو حلًا وحيمًا مكررًا، أو لا يوجد حل للمعادلة في ح، فهل يمكنك إيجاد عدد جذور (حلول) معادلة الدرجة الثانية في ح دون حلها؟

# Discriminant

Euro Till

مميز

وكلا الجدرين بحنوى على المقدار ٧ ب - عاج .

المصطلحات الأساسية

يسمى المقدار ب " عالج معيز المعادلة التوبيعية، ويستخدم لتحديد توع جذرى المعادلة.

3. Apr. 4

Dischmonant \_\_\_\_\_ = 4

الأدوات والوسائل

١ الة حاجة علية

**Jistop** 

حدد نوع جذري كل من المعادلات الآتية:

ف س"- آس +ا∍،

ا هس"-س-۷-

ج من " - في - ۲۰۰۰

🥏 الحل

لتحليد ثوح الحشرين:

الهميز = ب" - غاج

 $i \leq i = (V-1) \circ \times \underline{i} = i =$ 

"." المميز موجب لذلك يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

1== , 7 == , 1 = 1 +

المميز = ب' - كأ جـ = ± - 1 × 1 × 1 = ٠

"." المميز يساوي صفرًا، إذن الجذران حقيقيان ومتساويان.

كتاب الطائب - الفصل الشراحي الأول

عار الكنب الجامعية

l a

100 = T - 1 1 1 2 1 2 2 =

" المميز سالب، إذن يوجد جذران مركبان مترافقان (غير حقيقيين).

## لاحظ أن

الة المرتبطة بالمعادلة	شكل تخطيطي الدا	نوع الجذرين	المسيز
<b>₹</b>	<b>₹</b>	جذران حفيفيان مختلفان	(ب' - ٤ أجد) > ٠
<b>T</b>	<b>1</b>	جذر حقیقی واحد مکرر (جذران متساویان)	ب" – £اجـ = ٠
	-	جذران مركبان مترافقان (غير حقيقيين).	ب"– ۂاجہ < ۰

## جِهِ حِنْوِلُ أَنْ تَحِلُ

عين نوع جذري كل معادلة من المعادلات التربيعية الآتية:

$$(V - \omega_0)^{\dagger} = (a + \omega_0)^{-1}$$

# diam'r.

- أثبت أن جذري المعادلة ٢س١ ٣ س ٢ = ٠ مركبان و غير حقيقيين، ثم استخدم القانون العام لإيجاد هذين الجذرين.
  - 🥯 الحل

$$\frac{\sqrt{V_{k}}}{\sqrt{V_{k}}} = \frac{\sqrt{V_{k}}}{2} = \frac{\sqrt{V_{k}}}{2} = \frac{\sqrt{V_{k}}}{2} = \frac{1}{2} =$$

تعكير نائد هن بالضرورة أن يكون جذرا المعادلة التربيعية في مجموعة الأعداد المركبة عددين مترافقين؟ وضح بمثال من عندك

#### 🌬 حاول أن نجل

🕥 أثبت أن جذري المعادلة السي - ١٩ س - ٥ = ٠ مركبان، ثم استخدم القانون العام لإبجاد هذين الجذرين.

ب¹ − ع أحي د ٠

- - TT - UA - 158

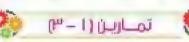
 $\cdot = (\mathcal{E} - \mathcal{D})(\mathbf{f} - \mathcal{D})$ 

الد = ا أو الد = - ٢

\* = A - MY - "M

💽 إذا كان جدّرا المعادلة س " ٢٠ (ك - ٢) س ١٠ هـ • متساويين، فأوجد فيم ثه الحقيقية، ثم تحقق من صحة الناتج:

💎 إذا كان جذرا المعادلة س"- ٣ ك س + ٧ك - ٣ س + ٩ = ٠ منساويين، فأوجد قيم ك الحقيقية، ثم أوجد الجذرين.



# أولاء اختيارين متعدده

- آق بكون جذرا المعادلة س" ٤س + ك ≈ متساويين إذا كانت:
- No 3 + 1700 0 生世世 子
- ١٣٠ بكون جذرا المعادلة س" ٢س + م = حقيقيين مختلفين إذا كانت. 1 > 4 4 1 mg 2 4 < p 8 Samp I
- الع) يكون جذرا المعادلة ل س" ١٢ س + ٩ م مركبين غير حقيقيين إذا كانت: ه ل د ا 1=3 4 \$>1 Y 6 < 1 L

# ثانيًا؛ أجب عن الأسئلة الأثبة؛

- الهُ حدد عدد الجذور وأنواعها لكل معادلة من المعادلات التربيعية الأتية:
- الما الإس الما الس إ = ١ -= 0 - wt - Tu 1
- 4 اس ۱۹س ته ۳۵ م 🤜 من 🗕 دامل ۱۵۱ سه
- الله (س ۱) (س ۷) ت ۲ (س ۲) (س ±) - (۳ – ۱۱) – س(س – ۲) = ۰

- أوجد حل كلُّ من المعادلات الآتية في مجموعة الأعداد المركبة باستخدام القانون العام.
  - ب اس الآس ده = ٠

ا اس′≃ باس ∗ ه د د

۵ €سا- س - ۱ - ۰

- ۲ مس° ٧س + ۲ ـ ٠
- (٩): أوجد قيمة لا في كل من الحالات الآتية:
- أ إذا كان جدرا المعادلة س + 1س + ك = ٠ حقيقيين مختلفين.
  - إذا كان جذرا المعادلة س' ٣٠٠ + ٢ + أو متساويين.
- 🔫 إذا كان جذرا المعادلة ك س ٨س ١٦ = ٠ مركبين غير حقيقيين.
- ﴾ إذا كان ل، م عددين تسبين. فأثبت أن جذري المعادلة ، ل س (ل م) س م = ، عددان نسبيان.
  - ٨٠ يقدر عدد سكان جمهورية مصر العربية عام ٢٠١٣ بالعلاقة:

ع = ن م + ١ ، ١ ن + ١١ حيث (ع) عدد السكان بالمليون، (ن) عدد السنوات

- أ كم كان عدد السكان عام ٢٠١٢؟
  - ٣ قدر عدد الكان عام ٢٠٢٢
- \* قدر عدد السنوات التي يبلغ عدد السكان فيها ٢٣٤ مليونًا.
- اكتب مقالًا توضع فيه أسباب الزيادة المطردة في عدد السكان وكيفية علاجها.
  - أقتشق الخطأ: ما عدد حلول المعادلة اس ٦ س = ٥ في ح

ب- ۲۲ جـ = (۱۳۰ - ۲ × ۲ (۱۳۰ م) جابة كريم ب- ۲۵ جـ = ۲۱ - ۲۱ م ۱ احسيز موجد ، ايوجد حالان حققيان مختلفان

- أبِرُا إذا كان جذرا المعادلة س + 7 (ك ١) س + (٦ك + ١) عام متساويين، فأوجد قيم ك الحقيقية، ثم أوجد الجذريين.
  - آناً تشكير ناشد: حل المعادلة ٢٦ س" ١٨ س + ٢٥ = ، في مجموعة الأعداد المركبة.

# 5 - 1

# العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها

The Relation Between Two Roots of the Second Degree Equation and the Coefficients of its Terms

#### سوف تتعلم

- كيمية إنجاد محموع الجنمرين لمعادلة تربيعية معطاف
- » كيفية (يجاه حاصل سر ب الجالرين
  - ایجاد معادلة تربیعیة بمعلومیه
     معادلة تربیعیة اخری.



- نعلم أن جذرى المعادلة عمن ٨س ٢٠ هـ هما أي . ﴿ وَ مُعْمِدُ مِنْ مُوسِمُ وَ الْجِدْرِينِ الْمُعَادِلَةِ عَمْ
  - حاصل ضرب الجارين + + + + -

هل توجد علاقة بين مجموع جدري المعادلة ومعاملات حدودها

هل توجد علاقة بين حاصل ضرب جَذري المعادلة ومعاملات حدودها؛



# مجموع الجذرين وحاصل ضريفما

Sum and multiply of two roots

#### المصطلحات الأساسية

فسرغ جنوان Sum id Two Rodds إنا المراج

» حامين شرب حقرين

Product of Two Room

تنفيير شفقي في المعادلة التربيعية أس" - ب س - جـ - ٠ أوجد ل - م . ل م في الحالات الآتية:

# \_\_\_

- دون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذرى المعادلة:
  - ۳س" ۵ س ۱۳ = ۰

#### الدل ( ) .

#### الأدوات والوسائل

الاتخاب علية

#### 🧀 حاول أن تحل

🕔 دون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري كل من المعادلات الآتية :

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة ٢ س ٣٠٠ س ١ ك = ٠ يساوي ١ فأوجد قيمة ك، ثم حل المعادلة.

🧓 الجل

$$\frac{-\sqrt{V}\sqrt{\pm\tau}}{1}=\frac{\sqrt{V}\sqrt{\pm\tau}}{2}=\frac{\sqrt{V-V}\sqrt{\pm\tau}}{1}=$$

مجموعة حل المعادلة هي 
$$\{\frac{7}{8}, \frac{\sqrt{\sqrt{2}}}{4}, \dots, \frac{7}{4}\}$$
 ت

## 🦠 حاول آن تحل

- 🖎 إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة ٢س٠ ١٠٠٠ و جـ = ١ هو 💝 فأوحد قيمة حـ، ثم حل المعادلة.
  - 🐨 إذا كان مجموع جذري المعادلة ٣ س \* ٠ ٠ م ٠ م هو 🕌 فأوجد قيمة ب، ثم حل المعادلة.

﴿ إِذَا كَانَ (١ - بُ) هو أحد جذور المعادلة س - ٢ س - ١= حيث | ﴿ عِ فَأُوجِد: ﴿ الم المحدد ا أ الحذر الأخر

🥏 الخل

## 1-2 , 1-1

آ : ۱ + ن مو أحد جدرى المعادلة

# رق جاول آن نجل

﴿ إِذَا كَانَ (٣٠٣) هو أحدجذور المعادلة س "٠٤٠٠ ٠٠ - حيث ب € ح فأوجد ب قبية ب ا الجذر الآخر.



# تكوين المهاولة التربيعية متى غلم حذراها

Forming the quadratic equation whose roots are known

يفرض أن لن م هما جلرا المعاملة التربيعية: أبي و ب حد و ما الحو

بالسنة طرفي المعادلة على أ: . س' - أ س - أ س - أ = · . أى س' - ( الله ) س + أله = ·

٠٠٠ ل. م جذرا المعادلة التربيعية ، ل ام ع ب ب ل م ع ب

الماداة الترسمية التي حذراها له هي السن - (ل - م) س - ل م - -

all Business

أكون المعادلة التربيعية التي جدراها 1. ٣

🔴 الجال

ليكر جذرا المعاملة ممالي م

" ال اج عاد (٣٠) عاد ل ج عاد (٣٠) عاد ١٠ من الصيفة الصفائلة التوبيعية عبي . س" - (ل اج) س ال ج عاد ا

dike

(عُ) كُوُّنِ المعادلة التربيعية التي جدراها: ٢٠٠١ م. ٢٠٠٠ م.

🥮 الحل

ليكن جذرا المعادلة هما ل. م

ل ح<del>الت عادت عادت عالت عالت</del> عالت

ليام عائب الاست.

. لُم + آټ × - آټ - - غټ ا - ع

" المعادلة التربيعية التي جذراها ل م . السن ال م م الم م م الم

.'. س ' ت ∌ = +

🤌 حلول أن تحل

كؤن المعادلة التربيعية في كل مما يأتي بمعلومية جذر بها:

ب ہوتے ہوت

a- , + 1

تَقَكِيرِ القَدِدِ الشَّكُلِ المجاور يمثل مجموعة من منحنيات بعض الدوال التربيعية التي يمر كل منها بالنقطتين (٢٠٠٠) . (٢٠٠٠).

أوجد فاعدة كل دالة من هذه الدوال



Forming a quadratic equation from the roots of another equation



إنّا كان ل.م جذرى المعادلة ٢ س - ٣ س - ١ = • فكون المعادلة التربيعية التي جذراها ل\*، م\*.



المعادلة المعلومة وتعربس عن المعادلة المعلومة وتعربس عن المعادلة المعادلة المعلومة وتعربس عن المعادلة المعادلة المعلومة وتعربس عن قدم و أن المعادلة المعلومة والمعادلة المعادلة المعا

$$\frac{\sqrt{T}}{4} = \frac{4}{4} = \frac{4}{6} = 4 + \frac{4}{6} = 4$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}^{\tau}_{q} \mathbf{J} = - \left( \mathbf{L}^{\tau}_{q} \right)^{\tau}, \\ & - \left( \mathbf{L}^{\tau}_{q} \right)^{\tau} = \left( \mathbf{L}^{\tau}_{q} \right)^{\tau}, \end{aligned}$$

بالتعويض في صيغة المعادلة التربيعية: س' - (مجموع الجذرين) س • حاصل ضربهما = • س' - <sup>1</sup> س • أ = • • بضرب طرقي المعافلة في ؛

.". الحجادلة التربيعية الحقلقوية عي: £ س" − ١٣ س+ £ ه. -

# 🤏 حاول آن تحل

# சிரச்சு (புரந்தை) 😴

آآ في كل مما يأتي كون المعادلة التربيعية التي جذراها: 1 أم علي على مما يأتي كون المعادلة التربيعية التي جذراها: 1 أم علي علي المحادلة التربيعية التي جدراها:

📆 إذا كان لءم هما جدرا المعادلة س ٢٠٠٠ سي ٥٠٠ - فكون المعادلة التربيعية التي جذراها ل ٢٠٠١.

# 🚷 تمارین (۱ – ٤) 🚷

ماياتي:	أكمار	. Yat
A REAL PROPERTY.	1000	

				اهمل مایانی:	1 2 3
ر الآخر -	، الجذ	۲۱ - ٠ فإن م =	، المعادلة س" + م س - ا	ذا كان س = ۴ أحد جذري	1 1
لجموع جذرى المعادلة:	د - ۰ بساوی ،	+ ٧ س + ٢ [		ذا كان حاصل ضرب ج	
				س' - (الله + غ) س - ، فإن	
+ ا = ١ هي.	ھادلة س ا – ٣ س	ال من جذري الم	س چذريها يزيد ۱ عن ک	لمعادلة التربيعية التي كل	i j
- ٦ - ١ - هي	جادلة س" – « س	ئل من جذري الم	بن جذريها ينقص ١ عن ك	لمعادلة التربيعية التي كل،	1 4
				الاختيار من متعدد	انيًا؛
	ن جـ تساوي	ضيعف الآخر فإا	لةس"− ٢ س + جـ = ٠	ذا كان أحد جدري المعاد	
Ĺ				£- T	
ى				ذا كان أحد جنري المعاد	
٣	۵	T F	+ 4	<del>y</del> 1	
ب تساوى	معيًّا للآخر، فإن	ه محکومًا ج	لة س'- (ب - r) س + ه	إذا كان أحد جذري المعاد	į į
٥	3	4 4	4 - 4	p . 1	
				أجباعل الأسئلة الأثبة	الثاء
		ما يأتى:	ب جذری کل معادلة فی	وجدمجموع وحاصل ضو	
	: سي- د ۴۵ د -	ب ۽ س'بي		-11-w14+1mm-1	
		-0.1	ie <sup>a</sup> : =F.1 11 4 ₹11	: m . 1 41 1	
	t.			أوجد قيمة أثم أوجد الجذ  - إذا كان: س=- ١	***
				ب بردا کان:س-۲ ب بردا کان:س-۲	
		: U		وجد قيمة أ، ب في كل من أ ٢، ٥ - جفرا المعادة	h di
				ب ۱۰۰ جدرا المعادا ۲-۲-۷ جذرا المعادا	
E Frankling defined 9 to	tre crosses present	(111		ج ماريخ جدرا المعادا	
				Charles Charles & Line .	

◄ ٣٠ ت - ٣٠ ت جذرا المعادلة س + أس+ب = -

- الله ابحث نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية، ثم أوجد مجموعة حل كل منها:
- \* = ٧ \* , = ٣ + \*, = ٣ الم ال بي الاتور - 10 - د

- = + (±- ريز), بد 🐔
- (١٧) أوجد قيمة جدالتي تجعل جذري المعادلة جدس ١٣س + ٩ ه متساويين.
- . [17] أوجد قيمة أ التي تجعل جذري المعادلة س" ٣س + ٢ + 🐈 • متساويين.
- [18] أوجد قيمة جالتي تجعل جذري المعادلة ٣ س" ٥ س + جـ = ٠ متماويين، ثم أوجد الجذرين.
- (10) أوجد قيمة ك التي تجمل أحد جذري المعادلة س' + (ك ١) س ٣ = ٠ هو المعكوس الجمعي للجذر الآخر.
- ١٧٠ أوجد قيمة كالتي تجعل أحد جذري المعادلة : ٤ ك س + ٧ س + ك + ٤ ه ، هو المعكوس الضربي للجذر الآخر.
  - ١٧. كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها كالآتي:

 $\frac{T}{T} = \frac{T}{T} = \frac{T}{T}$ 

٣ - ٥ ث، ٥ ت

1 .T - 1

- エーナーナー こ マーナーナー
- T+1; T-1 3
- ١٨١ أوجد المعادلة التربيعية التي جذراها ضعفا جذري المعادلة ٢س٢ ٨س + ٥ = ٠
- ١٩٠٠ أوجد المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ١ عن كل من جذري المعادلة : س" ٧س ٢ = ٠
- 🔨 أوجد المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يساوي مربع نظيره من جذري المعادلة : س" + ٣س ٥ = ٠
  - . ٢٧ إذا كان ل، م جذري المعادلة س " ٧ س + ٣ ه فأوجد معادلة الدرجة الثانية التي جذراها:
  - ه ل + ج، ل ج
- T 76.73 + T+017+3 + 67.37 I

- الإلا تعسائدات: قطعة أرض على شكل مستطيل بعداء ٦، ٩ من الأمتار، يراد مضاعفة مساحة هذه القطعة وذلك بزيادة طول كل بعد من أبعادها بنفس المقدار. أوجد المقدار العضاف.
  - ٣٠٠ تفكير نافت أوجد مجموعة قيم جـ في المعادلة التربيعية ٧ س \* م ١٤ س \* جـ = ٠ بحيث بكون للمعادلة؛
    - ا جذران حقيقيان مختلفان.
    - ب جذران حقيقيان متساويان.
      - م جذران مرکبان.

افالا اختلف الخطأ: إذا كان ل - ١٠ م + ١ هما جذرا المعادلة س" - ٥س + ٣ = ٠ فأوجد المعادلة التربيعية التي جذراها ل٠م.

۱۵۳ نفكير قائد: إذا كان الفرق بين جذرى المعادلة س" - ك س + ۱۵ - - يساوى ضعف حاصل ضرب جذرى المعادلة س" + ۳ س + ك - • فأوجد ك.

# إشارة الدالة

# Sign of the Function

0-1

# 🎻 فکر 🛭 نافشنا

سبق أن درست التعثيل البياني لدالة الدرجة الأولى ودالة الدرجة الثانية، وتعرفت على الشكل العام لمنحنى كل دالة، فهل يمكنك بحث إشارة كل من هذه الدوال المقصود ببحث إشارة الدالة هو تحديد فيم المنغير س (مجال س) التي تكون عندها قيم الدائة دعلى النحو الأتى:

#### سوف لتعلم

ا بحث إشارة كل من: الدانة الثابتة - مانة الدرجة الأول - وانة الدرجة الثانية.

# -/w/\\\

#### المصطلحات الأساسية

أولا: إشَّارِةَ الدَّالَةَ الثَّالِيَةَ First: The sign of the Constant Function

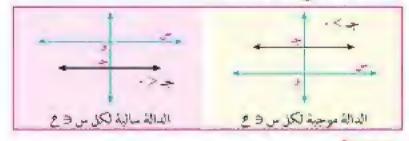
إشارة الدالة الثابتة د حيث داس) = جـ (جـ خ ٠) هي نفس إشارة جـ لكل س = ع.

والشكل التالي يوضح إشارة الدالة د

المنازة على المنازة على المنازة المنا

ا فالله الرجعية (فالة الدرجة الكانية) -Guadrane Sanetion

і<sub>ненер</sub>и Бапстёро



#### الأحوات والوسائل

• ألَّهُ حامية علمية

# die

أ 1 أ عين إشارة كل من الدوال الأنية:

۳- د(س) = ۳-

1 درس) = ٥

🥮 الحل

. : إشارة الدالة موجبة لكل س 🖯 ع

 $\epsilon < (_{\infty})$  د زورس

.:. إشارة الدالة سالبة لكل س ∈ ع

 $\cdot > ( -) \cdot ( -) \cdot$ 

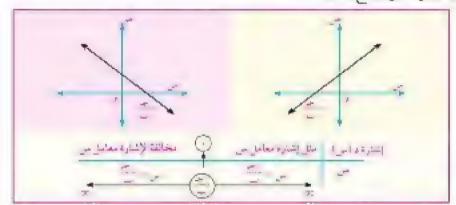
# 🧐 حاول أن تحل

$$\frac{r}{r} = (_{Q^{n}})_{0} = 1$$

## Second: Sign of the Linear Function

# ثَانَيًا: إشارة دالة الدرجة الأولى (الدالة الخطية)

قاعدة الدالة دهي د(س) = ب س - ج . ب ب + · . والشكل البياني التالي يوضح إشارة الدالة د.

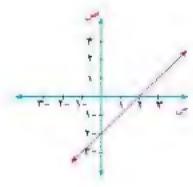


# مثلل

- المالة دحيث د(س) = س-٢ مع توضيح ذلك بيانيا:
  - الحل
  - د(س) = س ۲
- فاعدة البالة:
- رسم الدالة: عندما د(س) = •
- فإن س = ۲ فإن د(س) = ۲
- عندما س ده
- من الرسم نجد أن:
- ٧ الدالة موجبة عندما س ٢٠
- ∀ الدالة د(س) = عندما س = ۲
  - ◄ الدالة سالية عندما س < ٢</p>

# 🦠 کاول آن تحل

💎 عين إشارة الدالة د(س) = ٠٠ س - ٤ مع توضيح ذلك بيانيًا.



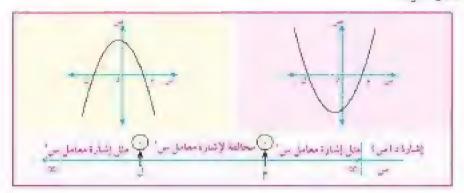
#### Third: Sign of the Quadratic Function.

## ثالثاً: إشارة الدالة التربيعية

لتعيين إشارة الدالة التربيعية د، حيث د(س) - أس + ب س - ب

توجد معيز المعادلة أس عب س اجد مع فإذا كان:

أولًا: ب' - £ ج > • فإنه يوجد للمعادلة جذران حقيقيان ل. م، ويفرض أن ل < م تكون إشارة الدالة كما في الأشكال الآنية:



# diar

- (٣) حقل بيانيًّا د، حيث د(س) = س" ٢ س ٣ ثم عين إشارة الدائة د.
  - 🍩 الحل

يتحليل المعادلة. س" - 7 س - 7 ء ،

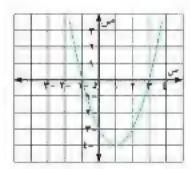
r = (1 + m) (r - m)

فيكون جلوا المعادلة: ١٠٠٠

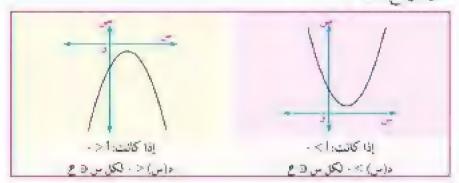


# ۵ داول آن ندل

🗘 مثل بيانيًّا د، حيث د(س) = س' -س ١٠ ثم عين إشارة الدائة د.



غائيًا. إذا كان: ب" - 1\$ جد < • فإنه لاتوجد جذور حقيقية، وتكون إشارة الدالة دعثل إشارة معامل س"، والأشكال الثالية توضع ذلك.



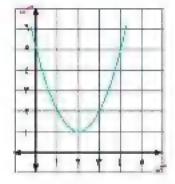
# gar

- ( عن بيانيًّا د حيث داس) = س عس + ٥ ثم عين إشارة الدالة د.
  - 😇 الخل

المميز (ب'-£أج) = (٤)' - ٤×١×٥

 $-\cdot \geqslant \xi^i - \pm T \cdot - \lambda T \pm$ 

لذلك فإن المعادلة س' - ٤س + ٥ = - ليس لها جذور حقيقية إشارة الدالة موجية لكل س ∈ ع (لأن معامل س' > ٠)

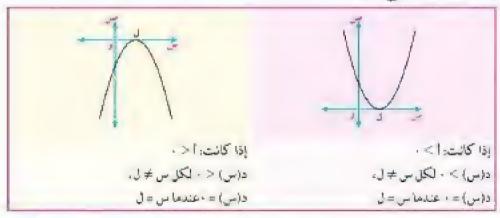


# 🥏 حاول آن تحل

(١) مثل بيانيًّا د، حيث داس) = - س" - ٣س - ٤ ثم عين إشارة الدالة د.

شَالشَّا: إذا كَانَ: بِ" - عَا جِـ = • فإنه يوجِد للمعادلة جِدْران متساويان، وليكن كل منهما يساوي ل. وتكون إشارة الدالله د كالآتي: ◄ مثل إشارة أعندما س ≠ ل ◄ ل ◄ ٢

والأشكال الأتية توضع ذلك.



# 



🧼 الحل

----

بالتحليل: (٢س – ١) = -

$$\frac{1}{2} = m \log n = (m) = -2 \cos n = \frac{1}{2} = 0$$

🤏 چاول آن نجل

# diam

🥮 الحل

يكون جذرا المعادلة حقيقيين مختلفين إذا كان المعيز موجبًا

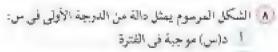
.  $\geq rr - \pm 47 - 36 \pm ri * 4 \times 1 - 4A-)$ 

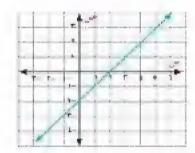
# 🥙 ئدۇق مى قەيىك

🚺 عين إشارة كل دالة من الدوال الآتية:

# 🥵 تمـــاريـن (۱ – ۵) 🍪

# أولًا: أكمل ما ياتي:





- أو الشكل المرسوم يمثل دالة من الدرجة الثانية في س:
  - ا د(س) = ٠ عندما س ∈
  - پ د(س) > عندما س ∈
  - ج د(س) < ۰ عندما س ∃

# ثانيًا: أجب عن الأسئلة الأثبة:

- امل في التمارين من أ إلى ف عين إشارة كل من الدوال الآتية:
- <sup>ب</sup> د(س)≃۳س
- د د(س) = اس ا±
- و د(س) س
- ع د(س) عاس"− ؛

- ا د(س) ت ۲
- 🤻 د(س) = 🔭
- 🛎 د (س) ۲۰۰ تس
  - از د(س)∍ ۲س

$$\zeta = \zeta(m) = (m + 1) \cdot (m + 1) \cdot (m + 1)$$

- . [1] ارسم منحني الدالة د(س) عس ٩ في الفترة | ٣٠ ٤ ]، ومن الرسم عين إشارة د(س).
- (١٤٠ ارسم منحتي الدالة د(س) = س م ٢٠٠ س + ٤ في الفترة [- ٢، ٥]. ومن الرسم عين إشارة د(س).
- الكششف الخطأ: إذا كانت د(س) س + ١، ر(س) ١ س فعين الفترة التي تكون فيها الدائنان.
   موجبتين مغا.

حل بوسف س = - ۱ تجعل د(س) = ۰ د(س) موجبة في الفترة ]- ۱، ع[، س = ± ۱ تجعل ر(س) = ۰ ر(س) موجبة في الفترة ]- ۱۰۱[ الذلك فإن الدالتين تكوبان موجبتين معًا في الفترة ]- ۱، ۲ عا | |- ۱، ۱ | = ]- ۱، ح]

أي الإجابتين يكون صحيحًا؟ مثّل كلُّا من الدالتين بيانيًا وتأكد من صحة الإجابة.

- (١١) مناجع الدهبية في الفترة من عام ١٩٩٠ إلى ٢٠١٠ كان إنتاج أحد مناجم الذهب مقدرًا بالألف أوقية يتحدد بالمالة د: د(ن) = ١٢ ن - ٢٦ ن + ٤٨٠ حيث ن عدد السنوات، د(ن) انتاج الذهب
  - الرفاد ابحث إشارة دالة الإنتاج د.

ط د (س) د۱ - س

- الله أوجد إنتاج منحم الذهب مقدرًا بالألف أوقية في كل من العامين ١٩٩٠، ٢٠٠٥
  - اللَّهُ: في أي عام كان إنتاج المنجم مساويًا ٢٠١٦ ألف أوقية؟

## متبابنات الدرجة الثانية في مجهول واحد

Quadratic Inequalities

7-1

#### سوف تتعلم

#### Quadratic Inequalities

المتباطات التربيعية:

 على الحديث اللوجعية إلى منظير والحد.



سبق أن درست منباينة الدرجة الأولى في مجهول واحد، وعلمت أن حل المنباينة معناه إيجاد جميع فيم المجهول التي تحقق هذه المنباينة، وتكتب على صورة فترة، فهل يمكنك حل منباينة الدرجة الثانية في مجهول واحد"

#### لاحظ أن:

هي متباينة تربيعية كما هو موضح بالشكل التالي

س"- س"- س-۴> -

بينما داس) = س\* - س - ٢ هي الدالة التربيعية المرتبطة بهذه المتباينة.

يتما درس) - س - س - ۲

freejastiy 244.4

المصطلحات الأساسينة

من الشكل المقابل نجد أن:

◄ مجموعة حل المتباينة من -س -٩> ، في ع

هی ] ∞۰،۲[ك]۲۰،∞.[هی

كه مجموعة حل المتباينة

س۲-س-۲<- في ع

14 . S-[ lab

الأدوات والوسائل

4 آلة حالية عنية

## حل المتباينة التربيعية





الله حل المتباينة: س" - ٥س - ٢ > ٠

🥌 الحل

لحل هذه المتباينة نتبع الخطوات التالية:

خطوة (١): تكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة وذلك كالآتي:

د(س) ۽ س هس ٦

خطوة (٢): ندرس إشارة الدالة دحيث د(س) = س - عس - ٢٠.

ونوضحها على خط الأعداد بوضع د(س) = ٠

س' - می - ٦ = +

 $\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{u}})(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{u}}) \cdot \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{u}}$ 

س = ٦ أ، س = -١.



خطوة (٣): تحدد الفترات التي تحقق الشباينة س' - هس - ٦ > ٠



فيكون مجموعة حل المتيابنة هي: ]-∞، -١ [ ك] ٦٠. =[

🧀 حاول آن نجل

(١) حل كلًا من العتباينات الآتية:

¥ س<sup>ا</sup>-س+۱۲۶>+

ا س'+ ۲س - ۸ > +

المقال

الله على المتباينة: (س + ۲) الا - ۱ - ۲ (س + ۲).

🧖 القل

 $(\tau - \omega)^{*} = 1 \cdot 2^{*} (\tau + \omega)^{-1}$ 

ئى س'+اس+ا≤ ١٠٤٠س،١

الرساء الس∗اد الأح

س "+ اس ∸ ۸ = ۰

رس ۱۰ (۱۰ رس) (۸۰ رس)

المحاولة الم تعلق بالمجابلة في ٥

بالتحليل إلى فوامل.

مجموعة حل المعادلة: [١٨٠٠]

\* ويوضح خط الأعداد التالي إشارة الدالة د(س) = س' + اس - ٨



وعلى ذلك فإن: مجموعة حل المتباينة هي : [٨٠- ١]

- 🌼 حاول آن تحل
- 🕥 حل العثباينات الآثية:

٧ (س ۲۰) - ۲ (س ۲۰) - ۱ € ۱ - ۱ €

## 🕙 تخفیل میر مگریات

ا هس" + ۱۲س کای

- الفرق بين معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد ومتباينة الدرجة الثانية في متغير واحد:
  - 💎؛ ما علاقة بحث إشارة الدالة التربيعية بحل متباينات الدرجة الثانية في متغير واحد؟
    - الخشف الخطأ: أوجد مجموعة حل المتباينة (س ١٠) < ٤ (١٠س ١)\*.</li>

ال نفكير نافد أوجد مجموعة حل المتباينة (س ٣٠) < ١٠ - ٦ (س ٣٠)</li>



## أوجد مجموعة الحل للمتباينات التربيعية الآنية:

- را س' ≼۱
- ( الأ الساء ١ الحي م
- - رقح اس"+ فا≲را
- $\cdot > (a b)$  (س ه)  $< \cdot$ 
  - (٦) س (س ۲۰) ۳۰ ﴿ ١
    - ۷ . (س ۲۰) ت≲⊸ه
      - ( A ) ه = ۲س هج سي"
    - (٩) س′۶۴س−٩
    - (١٠) ٢ س ا ﴿ ١١ س + ٤
    - (الله س"− اس الله ا
    - الله ٧ + س ا ١٠٠٠ س < ٠

## ملخص الوحدة

﴿ حَلَ المعادلة: أس وب س وجد و حيث أوب بد ح م أ الله و المعادلة:

المطريقة	
التحليل إلى العوامل	
إكمال المربع	
استخدام الفانون العام	
التمثيل البياني	

## 🚺 بحث نوع جذري المعابقة التربيعية

يسمى المقدار (ب" - 1أج) بمميز المعادلة التربيعية الذي يبين نوع جذور المعادلة وعدد حلولها كالآتي :

يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

(ب'-غاجا) \*

يوجد جذر حقيقي واحد مكرر (جذران متماويان).

🖈 پائے۔۔

يوجد جذران مركبان غير حقيقيين.

🖈 پ'- ځایې < ،

## 📆 الأعداد المركبة:

العدد المركب هو الذي يمكن كتابته على الصورة البيات، حيث أدب عددان حقيقيان، ب هوالجزء التخيلي، والجدول التالي ببين قوى ت للأسس الصحيحة الموجية:

نائي.	4.54	ت ان ۴	ټاندا
1	~ ت	Y =	ث ا

تساوي علدين مركبين: إذا كان: أ - ب ت - جـ ا ي ت فإن أ - جـ، ب - ي والعكس صحيح

خواص العمليات: يمكن استخدام خواص الإبدال والتجميع والتوزيع عند جمع أو ضرب الأعداد المركبة. وعند جمع أو طرح الأعداد المركبة تجمع الأجزاء الحقيقية ممّا وتجمع الأجزاء الثخيلية ممّا.

العددان المترافقان: يسمى العددان أ - ب ت ، أ - ب ت بالعددين المترافقين

حيث ناتج جمعهما عدد حقيقي، وحاصل ضربهما عدد حقيقي أيضًا.

## ملخص الوحدة

الهُ المجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية:

إذا كان جذرا المعادلة أس' . ب س . جـ - . هما ل، م فإن: ل ، م . ٢٠ م . ٢٠ م و ٢٠ م

(٥) تكوين المعادثة التربيعية متى علم جذراها:

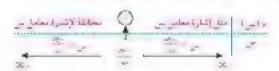
إذا كانت ل، م جذري المعادلة التربيعية، فإن المعادلة التربيعية تكون على الصورة الآتية:

- 🛨 (س-م) (س-م) 🛨
- ﴿ إِذَا كَانَ لَ \* م = ٢ ، ل م = قَالَ المعادلة هي س"- (ل م) س + ل م = ٠

### 11) بحث إشارة العالة:

- ★ إشارة الدالة الثابتة د، حيث د(س) = ج. (ج. + ٠) هي نفس إشارة ج. لكل س و ع.

فتكون س = - 💆 عندما د(س) = - والشكل الثالي يعثل إشارة الدالة د:



- العين إشارة الدالة د، حيث د(س) = أس' + ب س + ج، أ≠ فإننا توجد المميز
  - \* إذا كان: بـ ' £أجم > فإن إشارة الدالة د تتحدد حسب الشكل التالي:

والرا الدوالدوالدين من المساور والمساور والمساور والمساور والمساور والمساور والمساور والمساور والمساور والمساور

- إذا كان: ب' الحجاء فإنه يوجد للمعادلة جذران متساويان، وليكن كل منهما يساوى ل. وتكون إشارة الدالة د كالآني: مثل إشارة أعندما س خل مدد(س) = عندما س = ل
  - 🏓 إذا كان: ب " قالجـ < فإنه لاتوجد جذور حقيقية، وتكون إشارة الدالة دمثل إشارة معامل س".

## ملخص الوحدة

- عل متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد:
- لحل المتباينة التربيعية نتبع الخطوات الآثية :
- أ- نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمثيانة ص= د(س) في الصورة العامة.
  - ٢- ندرس اشارة الدالة د المرتبطة بالمتباينة ونوضحها على خط الأعداد.
    - ٣٠ تحديد مجموعة حل المتبانية طبقًا للفترات التي تحققها.





## S (manusim)

## في نهاية الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على:

- أ يستدحي ما مبق درائه بالمرحلة الإهدادية على موضوع النشابه.
  - يتعرف تشابه مضلعين.
- يتعرف ويرهن النفرية التي تنص على: (إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتنافرة في طلين فإنهما يتشابهان).
- الا يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على: (إذا طابقت زاوية من طلت زاوية من طلت آخر، ولتاسبت أطوال الأصلاع التي تحتويها هاتان الزاويتان، كال المثلثان عشابهين).
- يتعرف وبيرفن النظرية التي تنص على: (النسة بين مساحتي صفاحي علاين فتتابهين نساوي . .)
- يتعرف ويستشج الحقيقة التي ننص على: (المطبقعال المتشابهان يحكن ألا ينفسما إلى ...)
- پتعرف ويمرهن النظرية التي تنص على: النسبة بين مساحتى مضلعين منشابهي تساوي ...)
- يتعرف ويستنج التمرين المشهور الذي يتص على . (إذا نقاطع المستقيمان الحاريان للوثرين في بالرة في تقطة فإن ... أ وعكمه وتنافع عليه.

### استطاعا لإساسان

Pangum	فيهيب أيبهي ف	1	Consponding Sides	أعيلاح بيناظره	11	<b>科纳·奇</b>	غيب <u>-</u>	1
Correser	قطر <sub>ي</sub>	4	Congruent Angles	زرايا متطابقة	111	Proportion.	تامي	·į
41	محامي خارجي ت	1	Regula: Polygon	مشائح متظم	÷	Mesoyan of an Angle	فباس زاوية	4
Common Priemal Sing	eni		Guschilatinal	شكل رياعي	2 2	Lissight	حلي ا	5 2
غرك	مماس واخلي مث	- 13	Pentagon	شكل خماسي	***	Arm	الماسانة	ì
Common interval Tange			Portulate/Votom	- Same	**************************************	Cross Product	طيرب تيادش	-7
	دراثر متحلة السرة	2	Permister	محبط		Estreme	طرف	ij
Complete Challes			Arm of polygon	مساحة مضلع	5°	Maan	ومعق	rets V
يل النباية)	نبيه السيابه (معاد	Īı	Cherd	وتئو	11	Slandar Polygons	مضلعات متشابهة	·;
Smillerny Radio			560201	فاطع	1	Seemal Transplace	ميالات متشابهة	-
								d



#### One of the last

الدرس (۲ - ۱): تشایه المضلعات.

الدرس (٢ - ٢): تشابه المخلفات.

الدرس (٢ - ٣): العلاقة بين مساحثي سطحي

مضلعين متشابهينء

الدرس (٢ – ٤): تطبقات النشاية في الدائر في

### الرون المستندمو

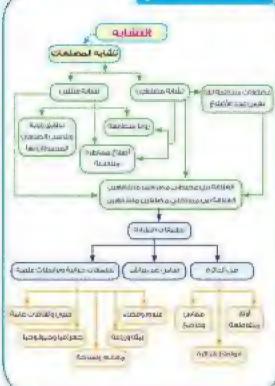
حاسب آلي جهاز عرض بيانات - برامج رسومية - ورق مربعات - مرآة مستوية - أدوات فياس - آلة

## الدرة الجنف

عند البناء على قطعة من الأرض تحتاج إلى عمل رسم تخطيطي للمبني، ومن البديهي أنه لا يمكن عمل هذا الرسم الهندسي على قطعة من الورق تطابق قطعة الأرض، وإنما تلجأ إلى عمل صورة مصغرة تشابه الصورة الطبيعية للعبنى، وذلك باتخاذ مقباس رسم مناسب للحصول على هذا التصغير، وثياسات زوايا على الرسم، يحيث تساوى قياسات نظائرها في الواقع.

إذا تأملت الشكل الموضح في بداية الصفحة تلاحظ أن الطبيعة مليئة بأشكال تحتوى على أنجاط تكرر نفسها بمقاييس مختلفة، ومن أمثلة ذلك أوراق الشجر، ورأس زهرة القرنبيط، وتعرُّجات ساحل البحر. ملاحظة هذه الأنماط المتكررة أدى إلى ظهور هندسة جديدة منذ قرابة 40 عامًا، واثنى تهتم بدراسة الأشكال ذاتية التماثل والتي تنكرر بغير النظام وقد أطلق عليها اسم هندسة الفتافيت أو هندسة الكسوريات fractals والتي سوف تدرسها في مراحل تعليمية تالية.

## خسر الشيمي سخت 😽 المساية أنشايه لمصلعات



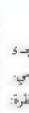
## تشايه المضلعات

## Similarity of Polygons



#### سوق لتعلم

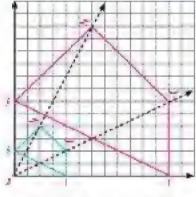
- ه ممهوم التشابه.
- والتعالية المباعداتين
- الأحقيات الرحير
- و المنطيل الدوس والنب اللهبية



يوضح الشكل المقابل المضلع أبجري وصورته أاب/جاء/ بتحويل هندسي.

فكر 🛭 نفشان

 أ فارن بين قياسات الزوايا المتناظرة. 4.1-64.6 32 152 - 42 1 -22 مأذا تستتج



Similar polygons

٧ أوجد النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة أن ، تتاج . عالم . ٢ ماذا ثلاحظة

عندما يكون للمضلعات الشكل نفسه، وإن اختلفت في أطوال أضلاعها، فإنها تسمى مضلعات متشابهة.

التشابه مضلعان لهما نقس العدد من الأضلاع إذا كانت الزوايا

## المصطلحات الأساستة

#### فالمشاحات وتكابية

Similar Polygona

- Similar Buursqips Santas and Halan e
  - ه آخيان متناظرة

Corresponding Sides

- Congruent wages 42, thou typi) is
- Regular Polygon Little Allina h
- Quacirilarie cul-ه شکل ریاضی
- 4-15-1 Pencagon -
- ه نسبة النشاية (معامل النشابة)

Similarity helio.

المضلعان المنشابهان

## المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة ا الحظ أن

## ١- في الشكل الموضح ببند فكر وناقش تجد:

أَ الزوايا المتناظرة متطابقة: ﴿ أَ ۚ ﴿ أَ ۚ ﴿ أَ . ﴿ بِ ۚ ۚ كِبِ اللَّهِ لَا إِنَّ الْمُنَاظِّرَةُ مُتَطَابِقَةً: ﴿ أَ ۚ ﴿ إِنَّا الْمُنَاظِّرَةُ مُتَطَابِقَةً: ﴿ أَ ۚ ﴿ إِنَّ اللَّهُ اللّلِي اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللّلَّا اللَّهُ اللَّالِي اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ الللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّالِي とがヨビチュ ともプログラ

٧ الأضلاع المتناظرة متناسبة إن - برجا - جاء - عاد - الأضلاع المتناظرة متناسبة إن - المناطقة عاد - عاد

ولذلك يمكننا القول أن الشكل أ ب ح ع ع ابشابه الشكل اب ج ع

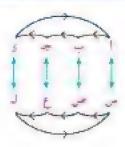
 المتخدم الرمز (~) للتعيير عن تشابه مضلعين، ويراعي ترتيب كتابة رؤوسهما المتناظرة حتى يسهل كتابة التناسب بين الأضلاع المتناظرة.

#### الأدوات والوسائل

- و ساست آل
- الجهاز مرطن بيابات
  - ٤ برامج وسومية
  - الحريق مربعات
  - ء آزوات ټيلني
    - ه آلة حاسة

إذا كان المضلع أب جدى - المضلع س ص ع ل فإن:

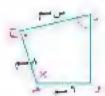
- ا ر ا ≡ رس ، رب ≡ رس ، رج ≡ رع ، رء ≡ را
  - ب اب على على على على على على على التشابه)، ك الدائد التشابه)، ك الدائد المضلع من ص ع ل = ك. ويكون معامل تشابه المضلع أب جدى للمضلع من ص ع ل = ك. و معامل تشابه المضلع س ص ع ل للمضلع أب جـ 5 = 🚡



- أل أل الشكل المقابل: المضلع أب جدى المضنع هـ و زح.
  - 1 أوجد معامل تشابه المضلع أب جـ د

للمضلع هـ.و ز ح.

ب أوجد قيم س، ص.

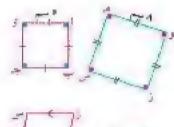




## 🎾 الحل

 $\frac{r}{r} = \frac{17}{5} = \frac{17}{5} = \frac{1}{5}$ 

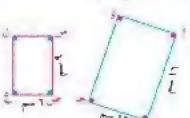
🕔 بيَّن أبًّا من أزواج المضلعات التالية تكون متشابهة، واكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة وحدُّد نسبة التشابه.











#### فكر

هل جميع المربعات متشابهة؟ هل جميع المستطيلات متشابهة؟

## للحظ أن

- ١- لكن يتشابه مضلمان يجب أن بتوافر الشرطان ممَّا. ولا يكفى توافر أحدهما دون الآخر.
- ٣- المضلعان المتطابقان بكونان متشابهين، وذلك لتوافر شرطا التشابه (العضلع م ~ المضلع م) و يكون معامل التشابه لهما عندتةِ مساويًا (واحد) ولكن ليس من الضروري أن يكون المضلعان المتشابهان متطابقين (المضلع م ت المضلع م) كما في الشكل المقابل.
  - المضلعان المشابهان لثالث متشابهان فإذا كان المضلع م. ~ المضلع م.، المضلع م. - المضلع م. فإن: المضلع م. ~ المضلع م.
  - كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة الماذا

🔻 في الشكل المقابل: ۵ أب جـ - ۵و هـ و . وهامه ، هوالم ، وودامم إذا كان محيط ١٥ ب جـ= ٨١سي. أوجد أطوال أضلاع كما ب ج

#### 🥮 الحل

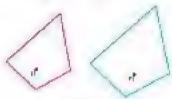
- ت∆اب جـ ۵۵ هـ و
- . . اب = بج = جا = اب ابج اجا = معيط △ اب جد . . وهـ و و و و و که ده و دو ۶ سيط △ و مو
  - $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$
- ٨. اب ١٠٠ ٢٤ ٢١ م . بجد ٢٧٥٦ . جاء ١٠٠ ٦٠٠ مم

هل جميع المعينات متشابهة: هل جميع متوازيات الأضلاع متشابهة "فسر إجابتك.





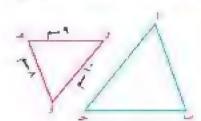
المضلع م 🖃 المضلع م



المضلع م ~ المضلع م







## الحط أن

## 🥏 حاول أن نحل

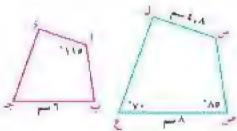
💎 في الشكل المقابل:



المضلع أب جدى - المضلع س ص ع ل

1 احسب ق ( اس لع)، طول أو

٧ إذا كان محيط المضلع أب جدى ٥٠ ١٩ سم أوجد محيط المضلع س ص ع ل.



#### Similarity ratio of two polygons

### معامل النشاية لمضنعين:

لبكن ك معامل تشابه المضلع م المضلع م .

إذا كان: ك > ١ - الأن المضلع م هو تكبير المضلع م .

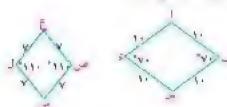
- < ك < ١ - ١ - الإن المضلع م . هو تصغير المضلع م .

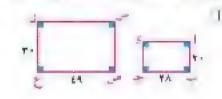
ك - ١ - الإن المضلع م . يطابق المضلع م .

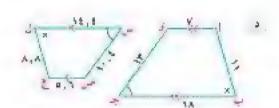
وبصفة عامة يمكن استخدام معامل التشابه في حساب أبعاد الأشكال المنشابهة.

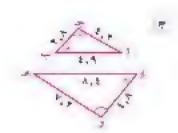
# تهــازيـن ۲ – ۱

﴿ بِينَ أَيًّا مِن أَزُواجِ المضلعاتِ التاليةِ تكون متشابهة، واكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة، وحدد معامل التشابه (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات).





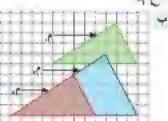


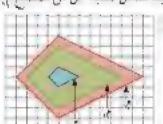


- · ؟ إذا كان المضلع أب جرة ~ المضلع س ص ع ل، أكمل:

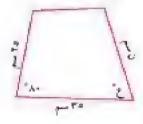
- ۳ اب× ځل⊶س∋س×
- ه محيط المضلع = ان ص
- 1 <u>اب</u> <del>ضع</del> ب بجاسع \_ الرس میغ لی
- ۴ المضلع أب جـ ي ما المضلع س ص ع ل. فإذا كان: أب = ٢٢مم، ب جـ = ١٠ عسم، س ص = ٢٩ ١٠ ص ع = ٢م -١. أوجد قيمة م العددية.
  - أقي مستطيل بعداه ١٠سم، أوجد محبط ومساحة مستطيل آخر مشابه له إذا كان: أ أ معامل النشابه ٢ الا معامل التشابه ١٠١٤

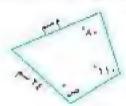
(9) في كل من الأشكال التالية المضلع م. ~ المضلع م. ~ المضلع م.
 أوجد معامل تشابه كل من المضلع م. المضلع م. للمضلع م.

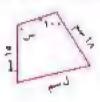




ا ﴿ المضلعاتِ الثَّلاثَةِ التاليةِ منشابهةِ. أوجد اللَّيمةِ العدديةِ للرمزِ المستخدمِ في القياسِ.

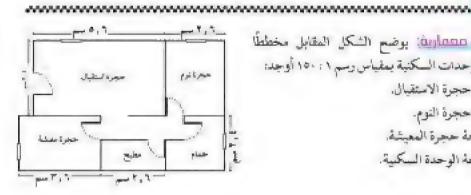






· الله مستطيلان متشابهان بعدا الأول ٨سم. ١٢ سم. ومحيط الثاني - ٢ سم. أوجد طول المستطيل الثاني ومساحته.

#### himi



- ٨ عندست عصاريث: بوضح الشكل المقابل مخططًا لإحدى الوحدات السكنية يمفياس رسم ١ : ١٥٠ أوجد:
  - أبعاد حجرة الاستقبال.
    - ب أبعاد حجرة النوم.
  - مساحة حجرة المعيشة.
  - فأ سباحة الوحدة السكية.

## تشايه المثلثات

## Similarity of Triangles

#### سوف لتغلم

- ة حرالأث لشاية التللاث.
- ه خصائمی المحود للرصور می وأمن لغائمة على الوتر في اللك القائم الزارية.



المصطلحات الأساستة

Final salaria / Austria

طول ظل العصا يساوي الطول الحقيقي للعصا نقسها. فقام يقياس طول ظل الهرم، وكان هو ارتفاع الهرم نفسه.

وبدأ يقيس ظل العصا ويقارنه بطول العصا نفسها إلى أن جاء وقت وجد فيه أن

إذا طلب منك قياس ارتفاع سارية العلم باستخدام عصا وشريط مدرج فهل تنتظر حتى يصبح طول فلل العصا مساويًا لطول العصا نفسها أو يمكنك قباس ارتفاع سارية العلم في أي وقت من يوم مشمس؛ فشر إجابتك.

# عبرش لجاراتان

الأفكر 🛭 نافشان

أو طريقة لإيجاد ارتفاع

ثبت طاليس عصا رأسيًا

الهوم ساشرة.

- ۱- ارسم ۵ اب جالني فيه: ق ( اب = عد، ق ( رب ) = ۲۰، اب = عسم
  - ٣- ارسم △ و هـ و الذي فيه:
- ق ( ﴿ كِوَ ﴾ = ١٥ ، ق ( ﴿ هـ ) = ٧٠ ، و هـ = هسم
- ٣- أوجد بالقياس لأقرب ملليمتر أطوال كل من: أجد، بج، وو، هو
  - 1- استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد النسب إج. بيج. الب عاذا تستنتج عن هذين المثلثين؟ هل النسب متساوية ا
  - قارن تناتجك مع نتاثج المجموعات الأخرى واكتب ملاحظاتك.

#### الأدوات والوسائل

- العجهال عرض يباللت
  - المراضح وسومية
  - ٥ ورق مربعات
  - ٥ مرآة مستوية
  - أوولت قيلي
    - ا ألة جانبة

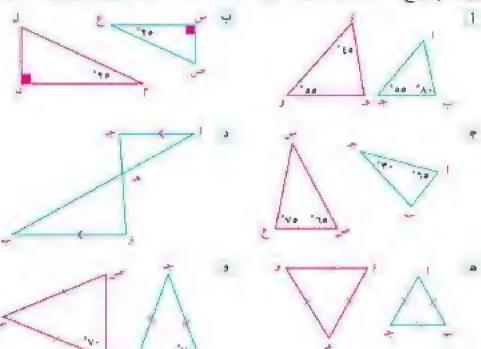
#### postulate (or axiom) إذا طابقت زاويتان في مثلث نظائر هما في مثلث آخر كان المثلثان متشابهين.

## في الشكل المقابل:



#### 🥌 ڪاول اُن فعل

🕔 بيّن أبًّا من أزواج المثلثات التائية تكون متشابهة. اكتب المثلثات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة.



## للخطأن

- المثانان المتاويا الأضلاع متنابهان. (كما في هـ)
- بتشابه المثلثان متساويا الساقين إذا ساوي قياس إحدى زاويتي القاعدة في أحدهما فياس إحدى زاويتي القاعدة في المثلث الآخر: (كما في ق) أو إذا تساوى فياسا زاويتي رأسيهما.
- يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس إحدى الزاويتين الحادثين في أحدهما قياس إحدى الزاويتين
   الحادثين في المثلث الآخر (كما في ٢٠).

## Jim'

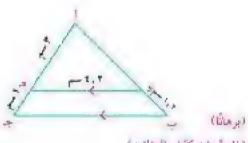
١٠ في المثلث أب جه، ١٥ أب ، هـ ﴿ أَجَدُ حَيثُ وَهَـ //ب جه،

- 1 ألبت أن ∆اؤه ~ ∆اب ج
- 🎍 أوجد طول كل من: آتر ، ب جـ

#### الدل

- 1 : وهـ // بجر، أبَّ قاطع لهما.
  - ن ∑اؤھ⊑ ∑اپچ
  - في المثلثين أو هـ. أب جـ
    - ت ∑او هے ∑اپ ج
    - ∠وامد≣ ∠ڀاجہ
    - ∴ ∆اوه- ∆اپچ
      - ب ∵∆اوه-∆ابج
- : اب = اهـ = ريكون: اب = ريكون:

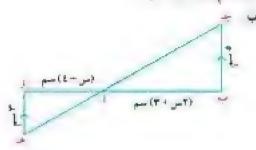
- · (1, ++ 5 ) + = 5 1 1
  - 4,3 3 14 -
    - أ و = ٦٠٦ ٢٠٠٠

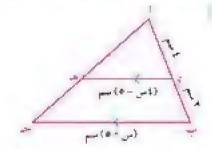


(رَاوِيةَ مَشْتَرَ كَهُ فِي الْمَثَلِثِينَ ) (مسلمة التشابة)

## 🥏 حاول آل نحل

﴿ فَي كُلُ مِنَ الْأَثْمَكَالُ التَّالِيةِ، أَثَبَت أَنْ ∆ا ب جِد ~ ∆ا و هد ثم أوجد قيمة س.

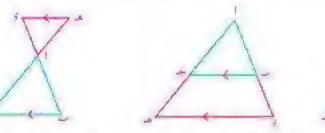




#### بتائج شامة

لنبجة

إذا رسم مستقيم بوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث التاتج بشابه المثلث الأصلي.



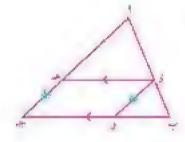
إذا كان أو هـ // بحد و يقطع أب ، أحد في و، هـ على الترتيب كما في الأشكال الثلاثة السابقة: طبن كه أو هـ م كه أب جد

## dan

⑤ فى الشكل المغابل: اب جسئلت،  $g \in \overline{| ب |}$  ، رسم  $\overline{g}$   $\overline{g}$  //  $\overline{p}$   $\overline{g}$  و يقطع  $\overline{| + | |}$  فى  $\overline{g}$   $\overline{g}$   $\overline{g}$  //  $\overline{| + | |}$  و يقطع  $\overline{g}$   $\overline{g}$ 

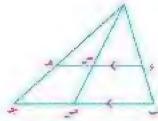


- (t) = -1/2 = 5 A: = 1/1 = 5 1:
- من (١)، (٢) ينتج أن: △ ا ي هـ ~ △ ي ب و (وهو المطلوب)



## 🥦 حاول أن الحل

- أي الشكل المقابل: أب جد مثلث، رج أب، رسم و هذ // بجر و يقطع
   أجر في هـ، رسم أبر يقتطع و هـ ، بجر في س، ص على الترتيب.
  - اذكر ثلاثة أزواج من المثلثات المتشابهة.
    - ب ألبت أن: <del>و س</del> = <del>س ه = <u>و ه.</u></del>



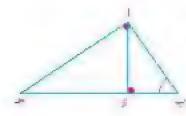
## نتيجة ؟ إذا رسم من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين منشابهين، وكلاهما يشابه المثلث الأصلي.

في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في أ، آء لـ بجـ

∆و ب1، ∆ آب جا قيهما

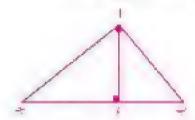
ق ( 🖂 ا و ب) ه ق ( 🖂 جد أ ب) ه ٩٠٠ ، 🗹 ب مشتركة في المثلثين.

- (1) (squarification) = - 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1
- وبالمثل ∆ و اجـ △ اب جـ (٣)
  - ٠٠٠ المثلثان المشابهان لثائث متشابهان
  - .: ۵و پا~۵و اج~۵اپ ج



## diam'r.

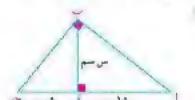
- أب جـ مثلث قائم الزاوية في ا. آو لـ بجـ أثبت أن و ا وسط متناسب بين و ب. و جـ

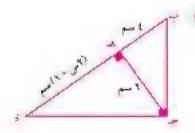


- المعطيات: في ∆اب ج: ق (∠ا) ١٠٠. آء لم بج المطلوب: إثبات أن (وأ)" ، و ب ، و جد البرهان: في ∆أ ب ج
  - ∵ق (∠ا) = ۱۰۰ آق لم بج
- ت∆و با⊸∆واجہ (1,00)
- ويكون: و م ع الله الله الله الله الله ع الله ع

## ه چاول آن بچا

(1) في كل من الأشكال الثالية أوجد قيمة س العددية:





- (١) في الشكل المقابل أب جد مثلث فاثم الزاوية في أ.
  - آی له بعد اثبت آن:
  - ا (أب) عبد عبد
  - ب (أج)" = جـب×جـو



## 🕶 الدل

- غی ۱۵ ب دی
- ·· (/1) · · · · 12 1 - -
- ∴ ∆اب ی ~ △ جابا (تیجة)
  - : <del>راب باز</del> : جب <del>باز</del> ، ۵اجو ۵بجا

- تعد النائج أنى ثم إنبات صحتها لي مثالي ٢، ١ برهانًا لتظرية ألليدس التي سيؤ الك فراستها في السرخلة الإعدادية.

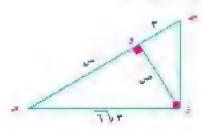
ويكون: (اب) -بجه بدي

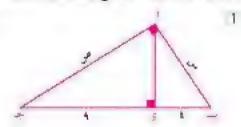
ويكون: (اج) \* جب ×ج ع

( 1000)

#### 🧓 حاول أن تُحلِ

(٥) أوجد قيمة س، ص العددية في أبسط صورة (الأبعاد مقدرة بالسنتيمترات)





#### Indirect measarement

### القياس غير المباشر

في بعض الحالات بصحب قياس مسافة أو ارتفاع معين مباشرة، وفي هذه الحالة يمكنك استخدام تشابه المثلثات. الإيجاد هذا القياس بطريقة غير مباشرة.

إحدى الطرق تستخدم خاصية انعكاس الضوء في المرآة المستوية، كما في المثال التالي.

## **Jia**o

(19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3 (19.3

أن عينياء أراد يوسف أن بعرف ارتفاع إحدى الأشجار فوضع مرآة على مسافة ٦ أمتار من قاعدة الشجرة، ثم تحرك إلى الخلف حتى استطاع أن يرى قمة الشجرة في وسط المرأة عند هذه النقطة كان يوسف قد تحرك بعيدًا عن المرآة مسافة ١٠٦ متر وكانت عيناه على ارتفاع ١٠٦ متر فوق سطح الأرض، فإذا كانت قدماه والمرآة وقاعدة الشجرة على استفامة واحدة أوجد

ارتفاع الشجرة. علمًا بأن قياس زاوية السقوط = قياس زاوية الانعكاس.

#### 🍅 الحل

بفرض أن ارتفاع الشجرة س مترًا، فياس زاو به السقوط = 6"

قياس زاو به الانعكاس -θ\*

في المثلثين أب جيء و هـ جـ

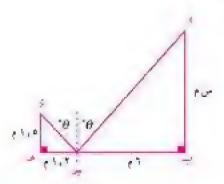
اق ( الماء ق ( المحاد ١٠٠)

ق ( ∠اچـب) = ق ( ∠و جـهـ) = (١٠٩ - ١٠)"

.. ۵ آپ ج ~ ۵ و ه ج و بکون <del>اب = پ ج</del>

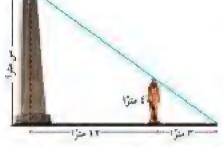
: المرابع الم

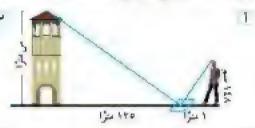
أي أن ارتفاع الشجرة بساوي ه٧٠ منرًا.

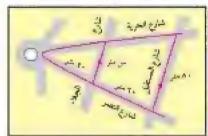


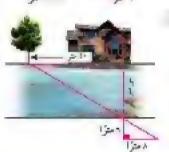
#### 🧓 حلول أن تحل

## أوجد المساقة س في كل من الحالات الآنية:









### الظرية

## إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين فإتهما يتشابهان.

المعطيات: المثلثان أب جد، و هـ و فيهما أب - بـ <del>ب بـ - جـ ا</del> المطلوب: △ابج-△وهو

البرهان : عين س ∈ أب حيث أس = وه.

ارسم س ص // بجر ويقطع آجر في ص.

ناس من ١١ ب جه

∴∆ابج-∽∆اس ص

و پکون اب - باج -

( %---

البعطيات (۳)

من (١). (٢) ينتج أن؛ س ص = هـ و ، ص أ - و ي

ويکون ∆اس ص ≡ ∆ و هـ و

.: ۵وهو − ۵ اس ص

∵∆اپج - ∆اس ص

∴ ۵اب جـ - ۵۶ هـ و

(نطاير الأضلاع الثلاثة لنظائرها في الآخر ا

(4)

(Ba<sub>jt</sub>)

(وقو المطلوب)

## dân



ا في المثلثين أب جـ، س ب ص تجد أن:
$$\frac{1}{100} = \frac{17}{100} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{10}{17.8} = \frac{-1}{100}$$

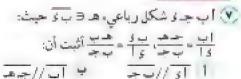
التار

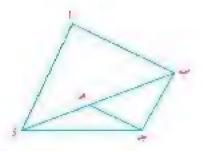
(من خواصی التناحب) (۴)

ر<u>اه و به محمد العام و حمد .</u> محمد وها .

$$\frac{3+3}{3+5} = \frac{3+1}{3+5}, \qquad \frac{3+3}{3+5} = \frac{3+1}{3+5},$$

## 🤌 جاول اُن تحل





## مضوية ٢ إذا طابقت زاوية من مثلث زاوية من مثلث آخر، وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحتويها هاتان ر الزاويتان، كان المثلثان متشابهين.

المعطيات: \ ا = \ و ، ومد = وو

المطلوب: △ أب جـ ~ △ و هـ و

البرهان: خذس ∈ آب حيث أس= و هـ وارسم س ص // ب جـ

ويقطع آجہ نمی ص



٠٠ س ص // ب جـ ويكون <u>أب</u> - <u>اجـ</u> ويكون <u>أب</u> - اص

$$\frac{1-}{2a} = \frac{1-}{2a}$$
 (nady) ,  $\frac{1}{2a} = \frac{1-}{2a}$ 

ا. كأس ص كا كار ها و الشلعان وازوية محصورة)

ویکون∆اسص~∆ء هـ و (۱۴)

من (١٠. (٢) ينتج أن: △ أب جـ ~ △ ؤ هـ و ﴿ وَالْمُعْلَمُونَ

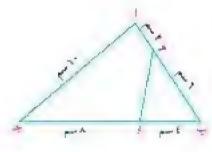
## #Hans

- ﴿ ابِ جِ مثلث ابِ عامم ، اج ١٠م ، ب ج ١١مم ، هد آب حيث اه ١مم ، ك و ب جـ حيث ب ك عنه .
  - ا برهن أن △ ب و هـ ~ △ ب ا جـ واستنتج طول و هـ.
    - ب برهن أن الشكل أجرة هدرياعي دائري.

#### 🧖 الحل

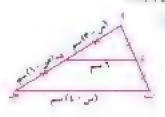
- - 1 المثلثان بوهم، باجر فيهما:

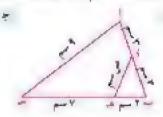
$$\frac{1}{7} = \frac{1}{17} = \frac{2}{17}$$
 $i = \frac{1}{7} = \frac{5}{7} = \frac{5}{12}$ 

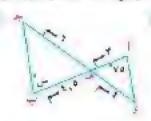


#### ی داول آزا بدل

(A) في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس مقسرًا إجابتك.







## dia.

- ا ب جعثك، و و ب ج حيث (اج) =ج و > جب أثبت أن: ۵ اج و ~ ۵ ب ج ا
  - 🍅 المثل

- 1
- المثلثان أب جـ، و أجـ فيهما ﴿ جـ مشتركة ٠٠٠ (أجـ) - جـ و × جـ ب
- (4)

<u>ب جا ۽ جا .</u>

- (نظرية)
- من (١)، (٢) ينتبح أن △ أجـ 5 - △ ب جـ أ

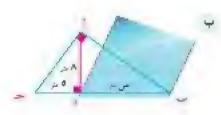
## 🧼 حاول آن نحل

- 🕥 اب جه، و هد و متنتان متشابهان، س منتصف ب جه، ص منتصف هدو آثبت أن:
- ¥ اس×وعتاب×وس

## 1 ∆اب س ~∆و هـ ص

## 😭 لحقيق من عضمك

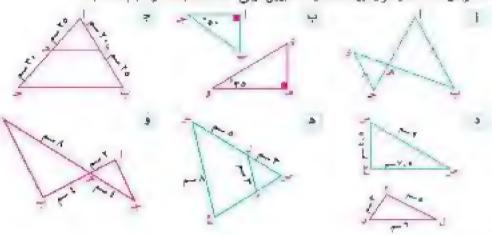
في كل من الأشكال التالية أوجد قيمةس.



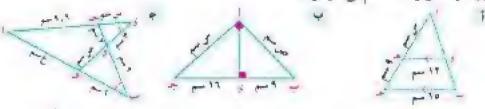


# 🤏 تمـــاريــن ۱ - ۱

اذكر أي الحالات يكون فيها المثلثان متشابهين. وفي حالة التشابه اذكر سبب التشابه.



الله أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس:



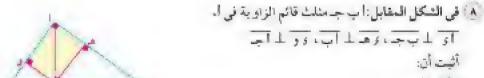
ا ق الشكل المقابل: أب جاء عثلث قائم الزاوية  $\overline{2}$   $\pm \sqrt{2}$  الرلا: أكمن  $\Delta$  أب جاء  $\Delta$   $\Delta$ 

النيا: إذا كان من من ع مل م من هي أطوال القطع المستقبعة بالسنتينزات على المناسبات التالية:

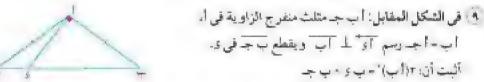
و المعينة بالشكل: فأكمل التناسبات التالية:

- ﴿ آبَ، وَجَ وَتُرَانَ فِي دَائَرُهُ، آبَ ۩ وَجَ = إهـ إحيث هـ خارج الدائرة، أب = دسم، و جـ = ٧سم، بحد على البعد الله البعد على البعد ع
- ا في أب جيء هذو مثلثان منشابهان رسم أمن لم بحد ليقطعه في س، ورسم توصّ لم هذو ليقطعه في ص. أثبت أن ب س « ص و = جد س » ص هـ
- ( أ في المثلث اب جداج > اب م ∈ أج حث ق ( رابم) = ق ( رج) أثبت أن (اب) = ام × اجد

٧ أب جد مثلث قائم الزاوية في أه رسم أي لـ بحد لفطعه في و. إذا كان منه = أه أي = ١٠ ٣ سم أوجد طول كل من بيء آب، أجر.



- 1 612 0 0-20
- ب مساحة المستطيل اهدى و = بأ اهد عدب× او ×وجد





🕦 تعبر المجموعتان أ، ب عن أطوال أضلاع مثلثات مختلفة بالسنتيمترات. اكتب أمام كل مثلث من المجموعة ارمز المثلث الذي يشابهه من المجموعة ب محمد عة (ب) محموعة (أ)

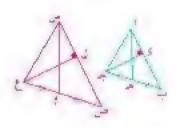
Г	_	_		_		1
1	9	H	1.	- 1	T , 0	
١	18	d	35,0	i	A	-
١	0.5	19-	To	+	70	-2-
	4.5	a	4.4	1	1,1	5
	٦,	9	<u> </u>	4	7,0	_6
	1 -	ш.	79	1	A	3
	£T		Φ£		THE	1

Ť	h	7.	E <sub>2</sub>	1	3
١,	1.	W		٥	۲
3, 1	F	٨	н	٥	Ę
ħ ተ	L	Α	é	٧	É
TA.	ŀ	TY	6	17.	9

- ﴿ إِنَّ فِي الشَّكُلِ المِقَائِلِ: أَبِ جِـ مِثْلَثُ فِيهِ أَبِ عِ اسْمٍ ، بِ جِـ ع اسمٍ ، أجه = ٥ ، ٧ سم ، ٤ نقطة خارجة عن المثلث أب جه حيث و ب علمم ، و أعمم أثبت أن: 1 کارچہ∽کورا لا برآيتمف ∑وب جـ



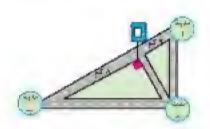
. ١٣) من الشكل المقابل أكمل:  $\Delta \sim = \sim 1\Delta$ ومعامل التشابه =



15 في الشكل المقابل: أب جـ ~ س ص ع، هـ منتصف ب جـ . م منتصف ص ع ، جدة لـ آب ، ع ل لـ س ص أثبت أن: ا کاهج-کسمع

ب جوز عام عرا عرا

- 14 اب جه س ص ع مثلثان مشابهان، حيث اب > اجه س ص > س ع. هـ، ل منتصفي ب جـ ، ص ع على الترنيب، رسم أو ل ب جـ ، ص م ل ص ع أثبت أن △ اهـ و ~ △ س ل م
- ق اب جامنند، و و بجاحیت (او) م بودو جاداو دبود اجائبت آن: 51-A-5-10 1 \* ق ( \ باج) = ١٠٠٠ \* --- I 1 4



١٦) بيين المخطط المقابل موقع محطة خدمة وتموين سيارات يراد إقامتها على الطريق السريع عند تقاطع طريق جانبي يؤدي إلى المدينة جدوعموديًّا على الطريق السريع بين المدينتين أ. ب.

٣ ما البعد بين المدينتين ب، جـــــ

استخدام برنامج خرائط (Google Earth) لحساب أقصر بعد بين عواصم محافظات جمهورية مصر العربية

## العلاقة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابعين

The Relation Between the Area of two Similar Polygons

# فگر و بامینی

على ورق مربعات رسم كل من المثلثين أب جد، س ص جد

أ- بين لماذا يكون

△ س ص جـ ~ △أب جـ؟ أوجد معامل النشابه عندثذ.

- ٣- احسب النسبة بين مساحة المثلث س ص جرالي مساحة المثلث الأصلي أب ج
- ◄ عين نقطة أخرى مثل و ∈ آجا، ثم ارسم و و آ // آب و يقطع ب جافي و ؟
   لنحصل على المثلث و و اجا، هل ۵ و و اجا ~ ۵ س ص جاء

## ١٤ أكمل الجدول التالى:

العسبة بين مساحة العنائب الأول إلى مساحة العالمات الثاني	مساحة العقلت الثاني	مساحة العائك الأول	معامل اللشابه	العثلثات
$\frac{1}{4} = \frac{E}{e \gamma}$	47	£	<u>t</u>	۵ س ص حد ۱۵۰ پ جد
				۵دو حد ۱۵۰ ح
				۵س س ج ∼۵ و و ج

عاذا تعنى النسب التي حصلت عليها مقارنة بمعامل النشابه (نسبة النشابه)؛

## أولاً: النسبة بين مساحتي سطحي مثلثين متشابهين،

## النبية بين مساحتي سطحي مثلثين منشابهين نساوي مربع النبية بين طولي أي ضلعين مناظرين فيهما.

## الأدوات والوسائل

W - Y

سوف تتعلم

ه العلاقة بين عبطي مصنعين مطابهي ومعامل استة الطابع.

الالاقة بين مساحتي مطحي

مستمين كتابين ومعامل أتنياك

المصطلحات الأساسية

Area of a Polygon عبيا عبد مشيلي 1

Conveyconding State

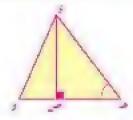
Farmata

ه داسب آلي

و مساحة

ه اضباع مطاطرة

- ا جهاز عرض بيانات
  - ه برامج رسومية
  - 4 زوق مربعات
    - S ... 10 0





المعطيات: △ أبج - △ و هـ و

عار الكتب الجامعية

∵∆ابج∽∆وهو

(1) 
$$\frac{1}{s} = \frac{-1}{s} \cdot \frac{-1}{$$

في المثلثين أب س، و هـ ص:

بالتعويض من (١)، (٢) ينتج أن:

$$\frac{a(\Delta | v - v)}{a(\Delta \otimes a - v)} = \frac{1}{6a} \times \frac{1}{6a} = \left(\frac{1}{6a}\right) = \left(\frac{-1}{a}\right) = \left(\frac{-1}{6a}\right) = \left(\frac{-1}{6a}\right)$$
 eac (hadder).

$$\frac{a_{-}(\Delta \ln - a_{-})}{a_{-}(\Delta \ln a_{-})} = \frac{1}{2a_{-}} \cdot \frac{1}{2a$$

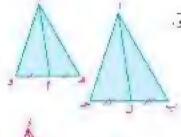
أي أن النسبة بين مساحتي مطحي مثلثين منشابهين تساوي موبع النسبة بين ارتفاعين متناظر بن فيهما.

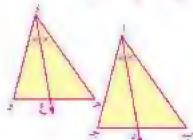
## تفكع نافد

١- إذا كان كا ب جـ ~ كو هـ و ، ل منتصف ب جـ ، م منتصف هـ و .

$$\operatorname{ad} \frac{n(\Delta^{1} + \sigma)}{n(\Delta^{2} + \sigma)} = \left(\frac{10}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$$

فسر إجابتك واكتب استنتاجك.





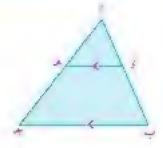
دار الكنب الجامعية

إذا كان ∆ أب جـ ~ ∆ و هـ و،

at 
$$\frac{x_1(\triangle | y \neq 1)}{x_1(\triangle | x \neq 1)} = \left(\frac{|y|}{2}\right)^n$$
.

فسر إجابتك واكتب استنتاجك





﴿ ) في الشكل المفابل: أب جـ مثلث، و ﴿ آبَ حيث <u>اك - أ</u> ، ك هـ // ب جـ ويقطع أجـ في هـ إذا كانت مساحة ۵ أب جـ =٧٨٤ مم . أوجد:

1 مساحة ∆ای هے

🧡 مناحة ثبه المتحرف ي ب جاهـ

الينار

في ∆اوج ° : وه //بج

انسحة

∴ ۵اوه~۵اپ ح

 $\frac{1}{2}\left(\frac{|S|}{|S|}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{|S|}{|S|}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{|S|}{|S|}\right)$ 

1 = 1 = 1 × VAS = (\_A 5 | \( \Delta \) ...

 $\frac{V_{(v)}}{V_{(v)}} = \frac{(-1)^{v}}{V_{(v)}} = \frac{V_{(v)}}{V_{(v)}} = \frac{V_{(v)}}{V_{(v)}$ 

ت مناجة شبه المنحرف و ب جدد مساحة △ أب جد مساحة △ أي عد

ال مساحة شبه المنحرف و ب جده = ٧٨٤ = ١٤٤ = ١٤٠٠م.

## 🧼 حاول آزر تحل



🕦 في الشكل المقابل: ب ه منصف ک ا ب ، مر (۵ اب ج) - ۱۸ سم آوجد: هـ ( ۵ هـ ب ي )

## die

- 👣 النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين هي ٤ : ٩ فإذا كان محيط المثلث الأكبر ٩٠سم أوجد محيط المثلث الأصغر.
  - 🔴 المثل

يفرض أن ∆اب جـ ~ △ وهـ و

 $\frac{t}{1} = \frac{1}{(\Delta + \frac{1}{2})^2} = \frac{1}{2} =$ 

ب محیط ∆ این جد این = این = ۲ محیط ∆ این جد این = ۲ محیط ∆ این مدر

ويكون مجط (١٥١٠ م. <del>٢</del>

#### 🧓 حاول أن تحل

- $\frac{\tau}{\epsilon} = \frac{(\triangle | \psi \omega)}{(\triangle | \psi \omega)}$ . If  $\frac{\tau}{\epsilon} = \frac{(\triangle | \psi \omega)}{(\triangle | \psi \omega)} = \frac{\tau}{\epsilon}$
- 1 إذا كان محيط المثلث الأصغر ١٥٧٠ مع. أوجد محيط المثلث الأكبر.
  - ب إذا كان هـ و = ٢٨ سم أوجد طول بع.

## dia

- إذا كان كل ١ سم على الخريطة يمثل ١٠ كيلومترا.
   أوجد المساحة الحقيقية التي يمثلها المثلث أب جد لأقرب
   كيلو متر مربع إذا كان مـ (۵ أب جـ) = ١,١سم.
  - 🥟 الحل

$$\frac{1}{44.8 \times 10^{-3}}$$
 = walnut (limites =  $100$ 



- أعلاد الحسب مساحة المثلث و هـ و بالسنتيمترات الموبعة واستخدامها في تقدير المساحة الحقيقية التي يعثلها لأقرب كيلو مربع.
- باستخدام إحدى خرائط جمهورية مصر العربية احسب مساحة شبه جزيرة سيناه لأقرب مائة كبلو
   متر مربع قارن إجابتك مع زمالاتك.

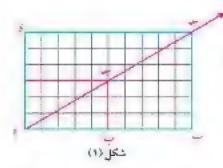
The ratio between the area of two similar polygons

## ثانيا النسبة بين مساحتي سطحي مضامين متشابهين



اعمل مع زميل لك لبحث إمكانية تقسيم المضلعين المتشابهين إلى نفس العدد من المثلثات التي بشابه كل منها نظيره.

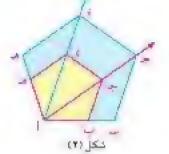
- أ- ارسم مضلعات متشابهة كما في شكل (١). شكل (٢).
  - ٣- في شكل (١) ارسم آجً. ماذا تلاحظ:



دار الكلب الجامعية

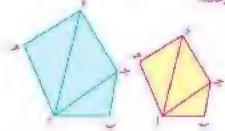
الم في شكل (٢) إرسم اي ماذا تلاحظ؟ هل تجد تفسيرًا لذلك؟

لاحط أن



وبالمثل ف ( هاتد کا) = ق ( راهـ )

. هـاوا// ويكون ∆اهـاوا-ماهـو ومكلا

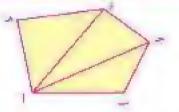


يَشْفِيفَةُ: المضلعان المتشابهان بمكن أن ينقسما إلى نفس العدد من المثلثات التي يشابه كل منها نظيره.

علادة: الحقيقة السابقة صحيحة مهما كان عدد الأضلاع في المضلعين المتشابهين، (المضلعان المتشابهان لهما نفس العدد من الأضلاع) فإذا كان عدد أضلاع المضلع = ن ضلعًا

فإن عدد المثلثات التي يمكن أن ينقسم إليها المضلّع (عن طريق أقطاره المشتركة في نفس الرأس) = ن - ٣ مثلثًا.

مطاهه النسبة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي أي ضلعين و متناظرين فيهما.





المعطيات: المضلع أب جدى هـ ~ المضلع أأب جاء اهـ ا

البرهان: من أن أنوسم أجد أكر أجد الك

"المضلع أب جاء هـ - المضلع أأب جاء واها

ـ ". فهما يتقسمان إلى نفس العدد من المفلئات، كن يشابه نظيره (حقيقة). و يكون:

$$\frac{a(\Delta \log + 1)}{a(\Delta \log + 1)} = \frac{(-1)}{(-1)}, \quad \frac{a(\Delta \log + 2)}{a(\Delta \log + 2)} = \frac{(-1)}{(-1)}, \quad \frac{a(\Delta \log + 1)}{a(\Delta \log + 2)} = \frac{(-1)}{(-1)}$$

$$a(\Delta \log + 1) = \frac{(-1)}{(-1)} = \frac{(-1)}{($$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1-\frac{1}{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) =$$

$$\begin{array}{ll} & \text{call} \ \text{continuous} \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l + z) + \land (\triangle l + z) \\ & \land (\triangle l$$

#### 🥌 حاول آرا تحل

(ع) 1 إذا كان المضلع أب جدى - المضلع أن ب جداى، ﴿ مِنْ عَلَى مَا يَسَاوِيه كُلُّ مَن:

- إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ١ : ٥، مساحة المضلع الأول ٢٥سم' .أوجد مساحة المضلع الثاني.
- إذا كان طولا ضلعين متناظر بن في مضلعين متشابهين هما ١٢سم، ٢٦سم، وكانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥سم . فإوجد مساحة المضلم الأكبر .

## AND AS-

 $\frac{1}{2}$  أب جدى من ح ل مضلعان متشابهان فيهما: ق  $( \triangle ) = -1$  ، من ص  $= \frac{7}{4}$  أب ، جدى = ١١ سم. احسب: أولًا: ق (كس) ثانيًا: طول على ثالثًا: مر (المضلع أب جدي): مر (المضلع س ص عل)

#### الحل الحل

$$(-1,0)$$
 =  $(-1)$  =  $(-1)$   $(-1)$   $(-1)$   $(-1)$ 

رمن خواص الناسبا 
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$
 (من خواص الناسبا  $\frac{1}{4}$ 

ن 
$$\frac{3}{7} = \frac{11}{7}$$
 فيكون ع ل =  $\frac{7 \times 11}{1} = 11$ سم (المطلوب ثانيًا)

 ٥٠ (المضلع أب جوى): مد (المضلع س ص ع ل) = (أب): (س ص): [발탁: 1발탁기 =

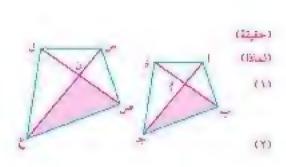
## Jan

- النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ٣ : ٤. إذا كان مجموع مساحتي سطحيهما ٢٢٥سم' فأوجد مساحة كل منهما.
  - الدل

## 🥰 قاول آرا تحل

الربط مع الرواعة: مزرعتان على شكل مضامين متشابهين، النسبة بين طوئي ضامين متناظرين فيهما عدم الدون الفرق بين مساحتيهما ٣٢ فدائًا، فأوجد مساحة كل منهما.

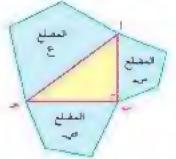
- أب جاء، س ص ع ل مضلعان متشابهان. تقاطع قُطرى الأول في م وتقاطع قُطرى الثاني في نــ
  أثبت أن مـ (المضلع أب جاء): مـ (المضلع س ص ع ل) = (م جـ)': (ن ع)'
  - 🔴 إلحَل
  - ١٠٠٠ للضلع أب جري مالمضلع س ص ع ل
    - ∴∆ابج ~∆سصع
    - . △٤ ب ج △ ل ص ع
    - ∴∆مبج ~∆نصع
      - ويكون سبع اب
  - ٢٠٠١لمضلع أب جري المضلع س ص ع ل
    - مر (العضلع أب جدى) مر (العضلع س ص ع ل) مر (العضلع س ص ع ل)
      - من (۱۱)، (۲) نستنتج أن:
  - مر (المضلع أب جدو): مر (المضلع س ص ع ل) = (م جد) : (ن ع) ·



### 🧓 حاول أن تجل

(۱) اب جدی، س ص ع ل مضلعان متشابهان فإذا كانت م منتصف بج، ن متنصف ص ع فأثبت آن: مر(المضلع آب جدی) ، مر(المضلع س ص ع ل) = (م ی) " (ن ل)"

الا أب جد مثلث قائم الزاوية في ب، فإذا كانت آب، ب ج، آج أضلاع منتاظرة الثلاثة مضلعات متشابهة منشأة على أضلاع المثلث أب جروهي على الترتيب: المضلع سر، المضلع صد، المضلع ع.
 فأثبت أن مر (المضلع س،) + مر (المضلع ص.) - مر (المضلع ع)



$$\frac{(1-1)}{(1-1)} = \frac{-1}{(1-1)}$$
 : مد (المضلع صد) = (استانع عدد) : المضلع صد) : المضلع عدد (المضلع عدد) : المضلع عدد (المضلع عدد (المضلع عدد) : المضلع عدد (المضلع عدد

$$\frac{1}{2} (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \frac{1}{2$$

$$\frac{(-+1)^{2}}{(-+1)^{2}} = \frac{(-+1)^{2}}{(-+1)^{2}} = \frac{(-+1)^{2}}{(-+$$

$$\frac{1}{2}(+1) = \frac{1}{2} \frac{1}{2$$

و يكون مر (المضلع مه) + مر (المضلع ص) - مر (المضلع ع)

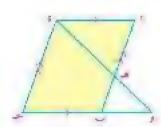
## 🤏 حاول آن تحل

اب جد مثلث قائم الزاوية في أدفيه أب = هسم، ب جد ١٣٠ سم، حيث آب، ب جد، آج أضلاع متاظرة لثلاثة مضلعات متشابهة إلى، م، ن منشأة على أضلاع المثلث أب جد من الخارج على الترتيب.
 فإذا كانت مساحة حطح المضلع ل تساوى ١٠٠سم أوجد مساحة مطح كل من المضلعين م، ن.

## 😵 تحفن مدا قفیات



$$|\hat{\mathbf{y}}|$$
 for  $\frac{\Delta(\Delta z + c)}{\Delta(\Delta z + c)}$ 

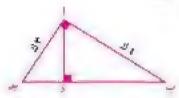




١ أكمل:

ا ازدا کان 
$$\triangle$$
اب ج $\sim$   $\triangle$ س ص ع، وکان اب  $=$   $\Upsilon$  س ص قبان مر ( $\triangle$ اب جـ)

- ٣ إذا كان △ أب جد~ △ ك هدو، مر (△ أب جر) ٩ مر (△ ك هدو) وكان ك هده كاسم فإن: اب= سم
  - · ا ادرس كلَّا من الأشكال التالية، حيث لا قابت تناسب، ثم أكمل:



ق(∠باجه) = ۱۰°، آی لم بج مر(۵ ای جه) = ۱۸۰ سم' فإن: مر(۵ آب جه) = مر



آبِ ۩ جَوَ = اهما مر(۵ أجد) = ۱۰۰ سم فإن مر(۵ و هرب) = سم

- أب جستان، و ﴿ آب حيث أو = ٢ ب و، هـ ﴿ آج حيث و هـ // ب جـ
   إذا كانت مساحة △ أو هـ = ٦ سم . أوجد مساحة شبه المنحرف و ب جـ هـ
- ق أب جد مثلث قائم الزاوية في ب، رسمت المثلثاث المتساوية الأضلاع أب س، ب جد ص، أجع أثبت أن: مر (△أب س) + مر (△ب جد ص) = مر (△أجع).
- (a)  $\frac{1}{1}$  =  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (e)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (e)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  (f)  $\frac{1}{2}$  =  $\frac{1}{2}$  =
  - ﴿ اب جه عنوازی أضلاع س ∈ آب ، س ﴿ آب حيث ب س + اب، ص ∈ جب ، ص ﴿ جب ص الله عند الله

- ٧ أب ج مثلث قائم الزاوية في ب، ب في ١ أج بقطعة في ٤ ، رسم على أب ، ب ح المربعان أس ص ب، ب م ن ج خارج المثلث أب ج.
  - 1 أثبت أن المضلع و أس ص ب المضلع و ب م ذ جد
  - ٧ إذا كان أب آسم، أج ١٠ سم. أوجد النسبة بين مساحتي سطحي المضلعين.
- أب جـ مثلث. أب ، ب جـ أجـ أضلاع متناظرة اثلاثة مضلعات متشابهة مرسومة خارج المثلث، وهي المضلعات بين مد، عمد، ع على الترنيب.
  - فإذا كانت مساحة المضلع مد = ١٠ سم"، ومساحة المضلع صد -٨٥ سم"، ومساحة المضلع ع = ١٢٥ سم" أثبت أن المثلث أب جدقائم الزاوية.
    - (٩) أب جدى مربع قسمت أب ، ب جد، جدى ، و آ بالنقاط س، ص، ع، ل على الترتيب بنسبة ٢:١ أثبت أن:

ب مرالعربع سر ص ع ل م المعربع سر ص ع ل م المعربيع سر ص ع المعربيع سر ص ع ل م المعربيع سر ص ع المعربيع سر ص ع ل م المعربيع سر ص ع المعربيع سر ص ع ل م المعربيع سر ص ع المعربيع سر ص ع

1 الشكل س ص ع ل مربع

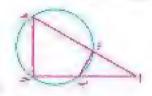
 أوسالة ألعاب مستطيلة الشكل أبعادها ٨ متر. ١٢ متر، ثم تفطية أرضيتها بالخشب، فكنفت ٢٢٠٠ جنيه. احسب (باستخدام التشابه) تكاليف تغطية أرضية صالة مستطيلة أكبر بنعس نوع الخشب وبنفس الأسعار، إذا كان أيعادها ١٤، ٢١ من الأمتار.

## تطبيقات النشابه في الدائرة

## Applications of Similarity in the circle

# فگر 👂 رامیان

في كل من الأشكال الآتية مثلثان متشابهان. اكتب المثلثين بترتيب تطابق ز وإياهما واستنتج تناسب الأضلاع المتناظرة.







(T) | Sã

شكل(۱)

(4) 154

ت في شكل (١): هل توجد علاقة بين هما « هماب ، همجم» هماي ا

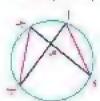
◄ في شكل (٣): هن توجد علاقة بين اهـ ١٠ . اجـ ١٠ اب؛

اب) اهل توجد علاقة بين ای ×اجد ، (اب) ا

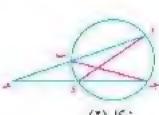
إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للوترين آب، حِرَو الدائرة في نقطة هـ فإن:

ها×هاب≃هاب×های





شکل (۱)



شكل(٢)

## 

€ ارسم أي ، بج

﴾ في كل من الشكلين أثبت أن المثلثين هـ أ ي، هـ جـ ب متقابهان فيكون:

هـ - <u>هـ - هـ . هـ ا «هـب - هـ - × هـ و</u>

## سوف تتعلم

- ٩ الملاقة ون ولوون متفاطعين في
- » العلاقة بين فاطعين لدائرة من عطفة
- 4 أيمالاقة بين طول تماس وطول جزأي فالغم لدائرة مرسوبين مي
- اله نمذ بهذر عل مشكلات وتطبيقات حجاثحة واستكرام ثكأبه الأصادات ق الدائرة.

#### المصطلحات الأساسية

- 214 الاقطم 4 علين
- Tengero 100
- العقامي خارجي مشترك

Common betamat langues

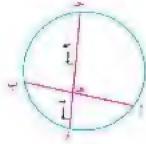
الا فالني واخل مشترك

Coromon insernal Tangens

ا الوائر منحدة المركز

Concentra Caples

## dia



🍅 الحل

حث ك 🗲 -

الماداك والمادات

1 2

العيين طهورة

٠٠٠ آب (۱ جـ و = (هـ) ٠٠٠ هـ ا × هـ ب = هـ جـ × هـ و فكون ١٤ × ١٤ = ١ × ١٤

T7 = "417

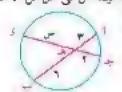
F = (2)

ك = ا م د ب = ١٦ ١٦ سم

### 🧓 حلول أن تحل

أوجد ثيمة س في كل من الأشكال الآئية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات).





## عملتان

- قى الشكل المقابل: أب ∩ جدو = إهـ إ، أب = هسم،
   جـ و = ١سم. هـ و = ١سم. أوجد طول بـ هـ
  - 🥮 الحل

(تعرین شهور)

يفرض أن ب هـ عس سم. 1. آب آب آب جري = إهـ إ من هـ ب عـ هـ أ = هـ و ع هـ جـ

فیکوز: س (س - ۵) 🖛 (۲+۲)

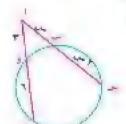
س" - دس ۱۳۰ - صفی (س - ۱) (س - ۱) = صفر

ىلىس م£ ، سى∉⇔أمرۇوشى

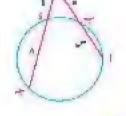
الرطول به حد = اسم.

## 🥏 حلول ان تحل

- (٢) أرجد قيمة س في كل من الأشكال الآنية







إذا كانت م نقطة خارج دائرة، م ج بمس الدائرة في ج م ب بقطعها في ا، ب فإن (مج)' -م ا×م ب.

في الشكل المقابل: م جدُّ مماس للدائرة ، م ب يقطع الدائرة في أ، ب . ن (م ج) " = م أ × م ب

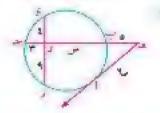
🔻 في الشكل المقابل: هـ أ مماس للدائرة، هـ جُ يقطع الدائرة في ي. جـ على الترتيب. حيث هـ ٥ - اسم . جـ ١ - ٥سم . أوجد طول هـ آ

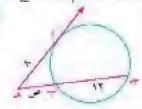


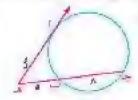
الماء اسم

## 🌲 حاول آن تحل

🕏 في كل من الأشكال التائية هـ أ مماس للدائرة. أوجد قيم س.ص. ع العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)







### عكس تمرين مشرور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للقطعتين آب، جيءَ في نقطة هـ (مختلفة عن أ. ب. ج. و). وكان هـ أ ×هـ ب = هـ جـ × هـ و فإن: النقط أ. ب. جـ و نقع على دائرة واحدة.

## للحط إن:

ها×هیب=هیج×های

فيكون هدا عدد

€ هل ۵ هـ اء ~ ۵ هـ جدب؛ لعاذا؛

> عل و ١ ( ﴿ أَ) = ق ( ﴿ جَـ)؛ لماذا؟

﴾ هل النقط أ، ي، ب، ج. تقع على دائرة واحدة؛ فشر إجابتك.

## dia

- ﴿ اَبِ حِمثَكَ فِيهِ اَبِ ٥٥ سم، اجه ١٠ سم، و قَلَ حِيثُ أَى = ٤ سم، هـ وَ آجَ حِيثُ اجه = ٥ سم. البِّنَ أَنَّ الشَّكُلُ وَ بِ جِدَ هـ رَبِاعَى دَائري.
  - 🍅 الخل

۱۰٫۰ و × اپ = ۱۰ × ۱۰٫۰ و ۲۰٫۰

اهـ × ا جـ - ۵ × ۱۲ × - ۱۲

ال ال الم المالية الم

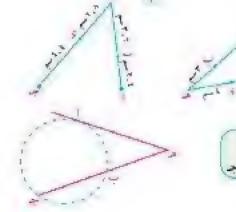
٠٠٠ ت آ جدد : [ا] . أو «أب = اهـ × اج

النقط ی ب جی هدئفع علی دائرة واحدة
 و یکون الشکل ی ب حده ریاعیا دائر ثا

(عكس تعرين مشهيرة

## به حلول أن تُحَلِّ

(٤) في أنَّي من الأشكال الثالية تقع النقط أ. ب. ج. ي على دائرة واحدة؛ فسر إجابتك.



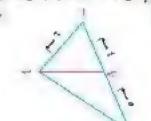
سيجة إذا كان (هـ أ)" = هـ ب دهـ ج فإن هـ آ نمس الدائرة المارة بالنقط أ، ب، ج

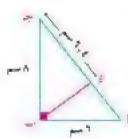
## dian

- (ف) أب جـ مثلث فيه أب = ٨سم، أجـ = ٤ سم، و ∈ أج ، و ه أج حيث جـ و = ١٢سم. أثبت أن أب تمس الدائرة المارة بالنقط ب، جـ ، و
  - 🥏 الخل



- 76=(17+6)6=31-2=1:
- $\exists S = {}^{T}(A) = {}^{T}(-1) ,$ 
  - ت (اب) حاجهای
- أن تمس الدائرة المارة بالثقط ب، ج، و عند التقطة ب.
  - 🥏 جاول ان نجل
- في أيُّ من الأشكال الآئية بكون آب ممانًا للدائرة المارة بالنقط ب، ج، و

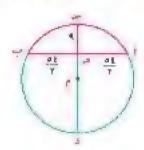




## dia



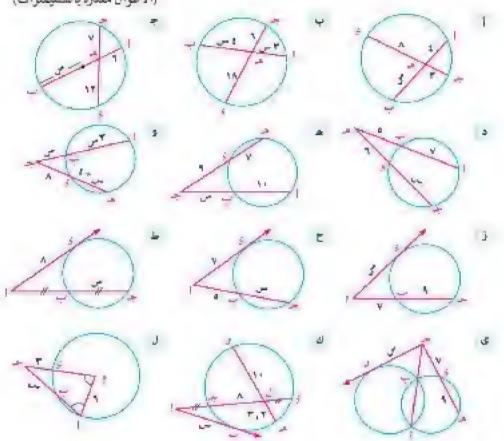
- (1) تطبيقات حياتية: الوبط مع الجيولوجيا: في إحدى المناطق الساحلية توجد طبقة أرضية على شكل فوس طبيعي. وجد الجيولوجيون أنه قوس دائرة كما في الشكل المقابل. أوجد طول نصف قطر دائرة القوس.
  - 🍅 الحل



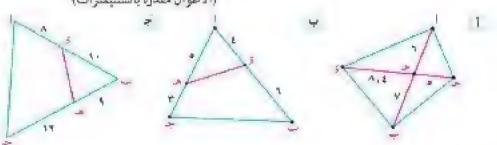
- يفرض أن طول نصف قطر دائرة القوس = س مترًا -- آب، جو قران متقاطعان في هـ
  - ئرھاأ×ھرىپ-ھاچەھاق
  - $V^{\dagger} \times V^{\dagger} = V \times (V^{\dagger} V)$ 
    - 170-1-01
    - س = 0\$
- أي أن طول نصف قطر دائرة القوس يساوي دة مترًا.

# 😢 تماريـن ۲ – ٤ 🕙

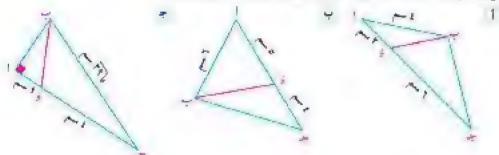
( ) باستخدام الألة الحاسبة أو الحساب العقلي، أوجد قيمة س العددية في كل من الأشكال التالية. ( الأطوال مقدرة بالستيمتراث)



قى أيَّ من الأشكال الثالية تقع النقط أ. ب، جـ ، على دائرة واحدة؛ فسر إجابتك.
 (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



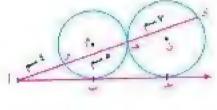
٢ أ في أي من الأشكال التالية أب مماس للدائرة المارة بالنقط ب، جدى.



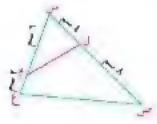
- الدائرتين عند س. ص. أثبت أن جـ س جـ ص ماستان
   الدائرتين عند س. ص. أثبت أن جـ س جـ ص.
  - . في الشكل المفابل: الدائرتان م، ن متماستان عند هـ 
    آج يمس الدائرة م عند ب، ويمس الدائرة ن عند ج،

    آه بقطع الدائرتين عند و، و على التربيب
    حيث أو عنصم، و هـ عصم، هـ و ع ٧سم.

    آثیت أن ب منتصف آج

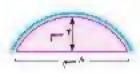


- آب في الشكل المقابل: ل ∈ س ص حيث س ل = ٤ سم،
   ص ل = ٨ سم ، م ∈ س ع حيث س م = ٢ سم ، ع م = ٢ سم
   آثیت آن:
  - 1 كس ل م كس ع ص
     ب الشكل ل ص ع م رباعي داثري.

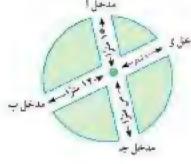


- (٧) آب آ جرى = اهما، أهم = ئ بهم، و هم = ؤهم جر، إذا كان بهم = اسم، جرهم = مم.
   أثبت أن النقط أ، ب، جرى تقع على دائرة واحدة.
  - ﴿ أَبِ جِ مِثْلَثْ، وَ ﴿ بِ جِ حِيثُ وَ بِ = وَ مِم، وَ جِ عَمم. إذا كَانَ أَحِ اسم. أثبت أن:
    - أجر مماسة للدائرة التي تمر بالنقط أ. ب، ي.
      - ٧ کاجه -کبجا
      - ? هـ (△اب٤): هـ (△ابج) = ٥: ١
- (٩) دائرتان متحدتا المركز م، طولا نصفي قطر بهما ١٢سم، ٧سم، رسم الوتر آي في الدائرة الكبرى ليقطع الدائرة الصغرى في ب ، جدعلي الترتيب. أثبت أن أب مب و = ٩٥

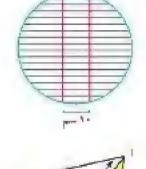
- اب جـ ۶ مستطیل فیه اب = ۱ سم، ب جـ = ۸ سم. رسم ب ه ل م اجـ فقطع آجـ فی هـ، آو فی و.
   ا ثبت أن (اب) = او > او.
  - الربط عد الصناعة: كُسر أحد تروس آلة ولاستبداله مطلوب معرفة طول نصف قطر دائرته. يبين الشكل المقابل جزءًا من هذا الترس، والمطلوب تعيين طول نصف قطر دائرته



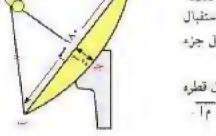
الم الموسط على المعنف بين الشكل المقابل مخططًا الحديقة على مدعق المعنف المعنف



(١٤) الربط عنه العنول: تستخدم هدى شبكة لشى اللحوم على شكل دائرة من السلك، طول فطرها ١٥٠هم، يدعمها من الوسط سلكان متوازيان ومتساويان في الطول كما في الشكل المقابل، والبعد بينهما ١٠هم.



آبا الربط عدم القامعال: تنقل الأقمار الصناعية البرامج التليفز بونية إلى كافة مناطق الأرض، وتستخدم أطباق خاصة لاستقبال إشارات البث التنفز يوني، وهي أطباق مفعرة على شكل جزء من سطح كرة.
من سطح كرة.
يبين الشكل المقابل مقطعًا في أحد هذه الأطباق، طول قطره يبين الشكل المقابل مقطعًا في أحد هذه الأطباق، طول قطره



يبين الشكل المقابل مقطعًا في أحد هذه الأطباق، طول قطره ١٨٨مم، والمطلوب حساب طول نصف قطر كرة تقعره م

## ملخص الوحدة

### **Two Similar Polygons**

#### المضلعان المتشابهان

يتشابه مضلعان لهما نفس العدد من الأضلاع إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متاسبة

#### Similarity Ratio

### نسبة النشابه (معامل النشابه)

إذا كان المضلع أأب جأء ' ما المضلع أب حاء يكون ك معامل نشابه المضلع أأب جاء ' اللمضلع أب جاء كان المضلع أب جاء عن المضلع أب جاء عن أأب أب حاء عن أب جاء أب أب جاء أب أب جاء أب حاء أب جاء أب جاء أب أب جاء أب أب جاء أب أب جاء أب جاء أب جاء أب جاء أب جاء أب أب جاء أب جاء أب أب جاء أب

مسلمة: قضية أو عبارة رياضية يسلم بصحتها دون برهان ويستنج منها حفائق تنعلق بالنظام، مثل: «إذا طابقت زاويتان في مثلث تظافرها في مثلث آخر كان المثلثان متشابهين».

نتيجة (1) إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث و يقطع الضلعين الآخر بن أو المستقمين الحاملين لهما فإن المثنث اثناتيع يشابه المثلث الأصلي.

نتيجة (٣): إذا رسم من رأس القاتمة في المثلث القائم الزاوية عمود على الوثر انقسم المثلث إلى مثلثين، وكالاهما يشابه المثلث الأصلي.

تظرية ١ : إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة في مثلثين فإنهما يتشابهان.

نظرية ٣ إذا طابقت زاوية من مثلث زاوية من مثلث آخر، وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحتويها هائان الزاويتان كان المتلثان متشابهين.

العلاقة بين مساحتي سطحي مضامين متشابهين - The relation between the area of two similar polygons

نظرية ٣: النسبة بين مساحتي سطحين مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما. حقيقة: المضلعان المتشابهان يمكن أن يتقسما إلى نفس العدد من المثلثات التي يشابه كل منها نظيره.

تظريفة: النسبة بين مساحتي سطحي مضامين منشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي أي ضامين متناظرين فيهما.





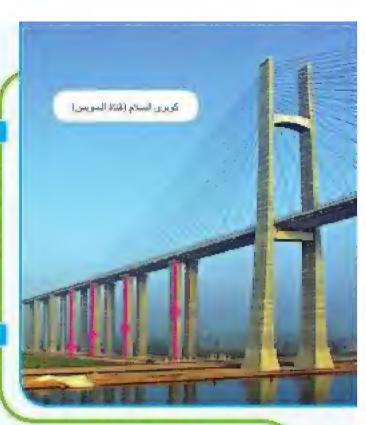
### **H** mangin

## في نهاية الوحدة يكون الطالب فادرًا على أن:

- نتحرف وببرهن النظرية التي تنصر على: (إذا رسم مستقيم يوارى أحد أضلاع المثلث ويقطع الضلعين الأخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة الوعكسها، ونتائج عليها.
- ا بنعرف ويرهن نظرية تاليس العامة التي تنص على: (إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على الفاطع الأحر.) وحالات خاصة منها.
- ا يتعرف وبيرهن النظرية التي تنص على: (إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس،
- قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الحارج إلى حزأين النسبة بين طوليهما تساري النسبة بين طولي الضلعين الأخرين) وحالات خاصة منها.
  - يوجد قوة نقطة بالنسبة لدائرة اللقواطع والمعاسات.
- يستنج قياسات الزوايا التاتجة من تفاطع الأوغار والمساسات في دائرة.
- أ يحل تطبيقات تشعل إيجاد طول المنصف الداخلي والخارجي.

## Saintal Cairne

منصف خارجي	Bistolia	market 1	Mary many	نقعلة تنسبب	Highlig	- Apparent
Enterior Resector	غيه داخلي	ا نص	Meckin	ت منرمط	Репринов	تعلجب
Proportionality محرودي على	Printerior étalectus		Polesticomial	فاطعر	Sanglet.	يرازي



### d haginian

الدرس (٣-١): المستقيمات المتوازية

والأجزاء المتناسبة

الدرس (٣-٢): منصفا الزاوية والأجزاء

البصاحة .

الدرس (٣٠٣): تطبيقات التناسب في الدائرة.

### الدولنا فيعتنظمة 😽

أدوات هندسية للرسم والثياس - حاسب آلى -براهج رسومية - جهاز عرض بيانات - ورق مربعات - خيوط - مقص

الرياضيات نشاط فكرى معنع يجعل الذهن متفنخا، وانعظل صحوًا، وتُسهم في حل كثير من المشكلات والتحديات العملية والعلمية والحيائية، من خلال تعثيلها أو نمذجتها بعلاقات بلغة الرياضيات ورموزها؛ لرشم حقها، ثم إعادتها إلى أصولها المادية.

فطن قدماء المصريين لذلك فأقاموا المعابد والأهرامات وفق خطوط مستقيمة بعضها متوازى والأخر قاطع لها، كما حرثوا الأراضى الزراعية في خطوط مستقيمة متوازية، وقد أخذ الإغريق الهندمة عن المصريين القدماء فوضع إقليدمي (٣٠٠ ق.م) نظاما هندسيًّا متكاملًا عرف بالهندسة الإقليدية رتقوم على مسلمات خمس، أهمها: مسلمة النوازى وهي: "من نقطة خارج مستقيم بمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازى مستقيمًا معلومًا". وتُغني الهندمة الإقليدية بالأشكال المستوية المثلثات - المضلعات - الدوائر) والأشكال متعددة منها إنشاء الطرق والكبارى وتخطيط المدل وإعداد خرافظها التي تعتمد على توازي المستقيمات و والموائر المستقيمات والمستقيمات والمستقيمات القاطعة لها وفق تناسب بين الطول الحقيقي والطول أل الرسم (مقياس الرسم)،



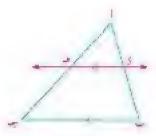
## المستقيمات المتوازية والأحزاء المتناسبة

## Parallel Lines and Proportional Parts

#### سوف لتملح

- وخصائص المنتقيم الوازق لأي ضلم من أضلاع كلك.
- ء احتظمام الشاهب بل حساب أطوال وبرعثة علاقات كلطم
  - مسطيعة نافعة عن قواطع بلطح تومنوازية
- ٤ نمادجة وحز مشكلات حيانية تنفسس المنقيات التوالية والراطعها

# ر نفش عرب و نفشل



- ا ارسم المثلث أب جاعين نقطة و ∈ أب تُم ارسم و هـ //بج و يقطع آج في هـ
  - ٢- أوجد بالقياس طول كل من: اي وب آه ، هج
- ٣- احسب النسبتين ع الله عدد وقارن ينهما. ماذا تلاحظ! إذا تغير موقع أو هـ محافظًا على توازيه مع ب ج. هل تتغير العلاقة بين اكر مسيم ماذا نستتج

### المصطلحات الأساستة

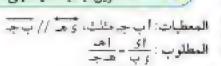
-Farrishir 32 M F

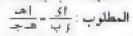
Sdádgou na و منهما

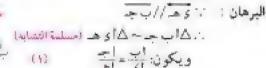
delegation in design to

Dansyman ء واطع

## إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع المثلث ويقطع الضلعين الأخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة







ت و ∈ آل ، هـ ∈ آحـ

شاب أو دوب، أجام اها هجارات

من (١)، (٢) ينتج أن: اء ١٥١ - اهـ ١هـ حـ رد ويكون: اي + اي - اهـ - اهـ - اهـ 

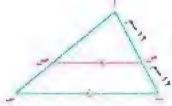
may a mind . . اقر اهم ومن خواص التناسب نجد أن: اعراه و هم المطلوب)

#### الأدوات والوسائل

- ه آمرات منسية لرسم رافقياس.

  - المراميح وصومية
  - ا جهاز مرض بالثند

## N. Carrie



فى الشكل المقابل: س ص // ب ج.، أس = ١٦سم، ب س = ١٢سم.
 إذا كان أص = ٢٤سم، أوجد ص ج..
 إذا كان ج ص = ٢٢سم، أوجد أج..

🔵 الحل

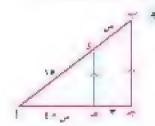
$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{10}{1}$$

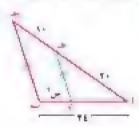
$$e_{1} \times \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{10}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{1} = \frac{11}{1} \cdot \frac{10}{1} = 1$$

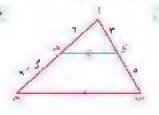
$$e_{2} \times \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{11}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

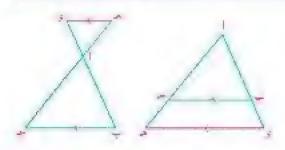
## 🦂 حاول آرر نحل

🕔 في كل من الأشكال التالية: ي هـ//ب جـ. أوجد فيمة س العددية (الأطوال مقدرة بالستيمترات)





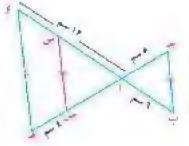




بتطبيق خواص التناسب نستنتج أن: <u>اك اهم</u> ، <u>اك اهم</u> اب اج ، <u>ن</u>و حمد

٨٣

## distr.

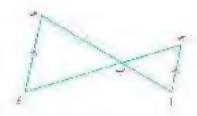


(٢) في الشكل المفابل: جـهـ ∩ بو = (ا)، س ∈ آو
 عس ∈ آهـ حيث س عس // ب جـ // هـو.
 فإذا كان أب = ٢ سم، أجـ = ٥ سم، أو = ١٢ سم، هـ ص = ٤ سم أو جد طول كل من آهـ. كس.

🕝 الحل

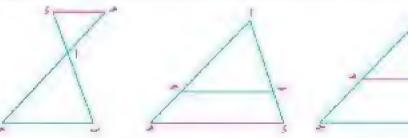
🤏 خاول ان نحل

- (٧) في الشكل المفابل: و هـ // آجه ، آهـ ١٦ جـ و = اب
- 1 إذا كان: أب = ١٨سم، ب جد = ١٩سم، ب هد = ١٢سم. أوجد طول ب 5.
- ي إذا كان: أب = اسم، به = اسم، جدى = ۱۸ سم. أوجد طول ب ج.



· <u>Lin 4-e</u>

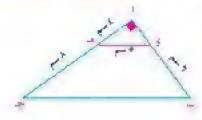
معلم المسلم الذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث، وقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة فإنه بوازى المسلم الثالث.



في الأشكال الثلاثة السابقة: أب جـ مثنث،  $\frac{1}{2}$  هـ يقطع آب في 5،  $\frac{1}{2}$  في هـ وكان  $\frac{12}{2}$  =  $\frac{18}{6-5}$  في الأشكال الثلاثة السابقة: أب جـ مثنث،  $\frac{1}{2}$  هـ جـ في هـ وكان  $\frac{1}{2}$  و مـ جـ في هـ وكان  $\frac{1}{2}$  و مـ جـ

الفطير منطقس: هل كأ و هـ ~ كأ ب جا ولدانا . . . هل كأ و هـ ≦ كِب ا فـــر إجابتك. اكتب برهانًا لعكس النظرية.

## 3300



- في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في أ
- ا أثبت أن: وه // بج
  - 🥮 الحل
  - المثلث أو هـ قائم الزاوية في أ

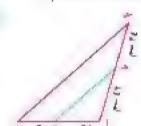
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r} = \frac{1}$$

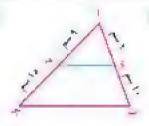
$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta S}{2r} = \frac{|S|}{|V|} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta S}{1 + \frac{1}{r}} = \frac{|S|}{|I|} = \frac{|S|}{|I|$$

## فِ عَلَوْلُ أَنْ نَعَلَ

أي في كل من الأشكال التالية حدد ما إذا كان و هـ //ب جـ أم لا.





- (١) ابجرو شكل رباعي فيه س و آب، س و آجر حيث س ص //بج،
  - رسم ص ع // جدى ويقطع أي في ع. أثبت أن س ع // ب ني .



- را) بر المراب ا
- قى △ أو جـ: ص ع // جـ ع ك ع ع ع ص حـ (٣)
  - في ∆ اب ي:
  - 5-1/20: \$1 = w1.



## م حاول أن تحل

(ه) اب جدو شکل رباعی تقاطع قطراه فی م. رسم مهدا/ آی ویقطع آب فی هد، رسم مود //جدی و یقطع بجنی و . اثبت آن: هدو //آجد

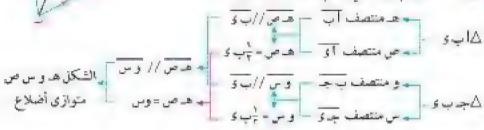
تَعْكِيرَ عِنْطُقَينَ إِذَا كَانَ هِ، و، س ، ص منتصفات الأضلاع آب ، بح.

جري ، و آ في الشكل الرباعي أب جدى.

هل الشكل هـ و س ص متوازي أضلاع؟

المُهم: ما المطلوب " عنى يكون الشكل متوازي أضلاع

شطط: كون مثلثات برسم بن في التي تقسم الشكل إلى مثنثين.



ك اكتب العبارات الرياضية المناسبة للبرهان ومبرراتها.

الحقق ابحث هل هرو // ساص "فلر إجابتك.

## الم حاول أن تحل

(a) في الشكل العقابل: اب جد مثلث، و ∈ آج،
 و هـ // آب ، و و // آهـ
 ارسم مخططًا يوضح كيفية إلبات أن (جـ هـ) - جـ و ٠ جـ ب.

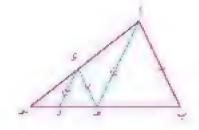
## Alter

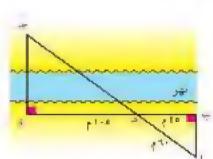
(a) تحديد المواقع: لتحديد الموقع جو قام الساحون بالقياس
 و إعداد المخطط المقابل.

أوجد يُعد الموقع جدعن الموقع أ



آب لـ بوء بوء لـ بوء بار جوء





### 🧓 حلول أن تُحل

 مخلهجة التقوت: قام فريق مكافحة التلوث بتحديد موقع بقعة زيت على أحد الشواطى كما في الشكل المقابل، احسب طول بقعة الزيت.



لعلك الاحظت إمكانية استخدام توازي مستقيم الأحد أضلاع مثلث في تطبيفات حياتية كثيرة.

يوضع الشكل المقابل بوابة أحد المشائل الزراعية، وهي مكونه من قطع خشبية متوازية وأخرى قاطعة لها.

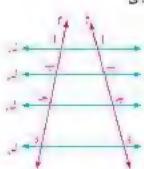
هل توجد علاقة بين أطوال أجزاء قواطع هذه القطع المتوازية:



#### سننجة

لبحث وجود علاقة أم لا. نمذج المشكلة (ضع تموذجًا رياضيًّا للمشكلة) كما يلي:

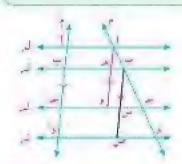
- ارسم المستقیمات لی // ئی // ئی // ئی، م، م) قاطعان ٹھا
   فی آ، ب، ج، ی ا ا، ب، جا، ی علی الثرثیب
   کما بالشکل المقابل
  - الموال القطع المستقيمة وفارن النسب التائية:
     الب بحد جدى الحد الحد الحد الحد الحد ماذا نستنج؟



Talis Theorem

## نظرية تاليس العامة

مطورة إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية، فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين المحدد المقاطعين المحدد المقاطعين الكون منتفسة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.



المعطيات: لـ // لـ // لـ // لـ م-م فاطعان لها المطلوب: أب: بج: جدد = أنب انب جا: جاء؟ البرهان : ارسم آو // م/، ويقطع ل. في هـ، ل. في و. ب ص // م/، ويقطع ل. في س، ل. في ص. النا الله // هـب ما هـ آهـ // البارا

في ∆ا جـر:

بالمثل هب و ص:

من (۱) (۳) ينتج أن:

الدأب: بجد جدود أأب : بأجا : جا وا وهو المطلوب.

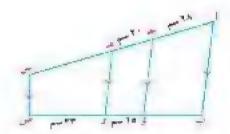
## 🤏 جاول أن نجل

اكتب ما تساويه كل من النسب التالية مستخدمًا الشكل السابق:

<u>اج جا</u>

<u>ا جا</u> ا

## (låar

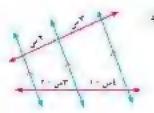


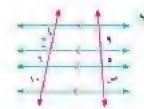
- آب في الشكل المقابل: آب // جدى // هدو // سرص،
   أجد ١٨٠سم، جده ٢٠٠٠م، ك و ٥ ١٥٠سم، و ص ٣٣٠سم،
   أوجد طول كل من: بى مدس
  - 🐑 الحل
  - ·· أَبِ (/ جِـ 5 // هِـو // س ص

... <del>اج = جداد = هدس</del> ... ب ک = کاو = واص

## 🧟 حاول لرر نحل

(ه) في كل من الأشكال التالية، المستقيمات الحمراء تقطع مستقيمات متوازية. احسب فيم س، ص العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



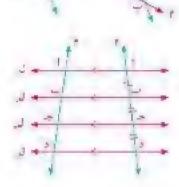




### حاللت خاصة

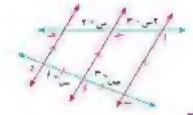
### نظرية تالس الخاصة

۲- إذا كانت أطوال القطع التائجة على أحد القاطعين متساوية فإن أطوال القطع التاتجة على القاطع الآخر تكون متساوية كذلك.
في الشكل المقابل ل // ل // ل // ل ، أطعها المستقيمان م-م)
وكان أب - ب ج - ج و فإن أ ب - ب ج - ج او/



## Jim

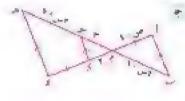
- ٧) في الشكل المقابل أوجد القيمة العددية لكل من س، ص.
  - 🥮 العار

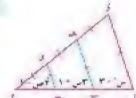


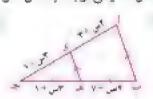
## ه فاول آن تعل

💽 في كل مما يأتي أوجد قبمة س، ص العددية. (الأطوال مقدرة بالسنتيمتر ات)

٠٠٠ في ١٠٠٠ ع ١٠٠٠





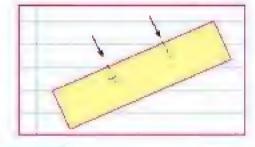


## 5

أواد بوسف تقسيم شريط من الورق إلى ٣ أجزاء متساوية في الطول، فقام بوضعها على صفحة كراسته كما بالشكل المفابل وحدد نفطتي التقسيم أ، ب.

هل تقسيم يوسف للشريط صحيحًا؟ فسر إجابتك.

استخدم أدواتك الهندسية لشحقق من صحة إجابتك.

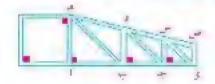


 الزيط بالتعناعة: تنقل عبوات الأسمدة من إنتاج أحد المصانع بانز لاقها عبر أنبوب مائل لتحملها السيارات إلى مواكز التوزيع كما في الشكل المقابل. فإذا كانت و. هد، و مساقط النقط أ. ب. جد على الأففى



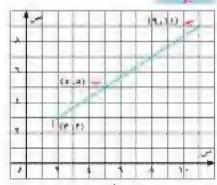
## 🤏 حاول أن تحل

## (١٠) 1 الربط باللينشاءات:



إذا كان أب - ١٨٠سم، هدو - ٢٠٠٠ اب: ب-ج-: جـ و = ٥ : ٢: ١ أوجد طول كل من هـ ص، حدي

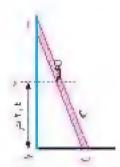




أوجد من الشكل البح بعدة طرق مختلفة، كلما أمكنك ذلك. هل حصلت على نفس الناتج؟

## ري العقم درر سايدان

جل الشكالات: أب سلم طوله ٤٠١ أمتار يستند بطرفه العلوى أعلى حائط رأسي وبطرقه المفلي ب على أرض أفقية خشنة. إذا كان بعد الطرف السفلي عن الحائط ٢٠ مم. فاحسب المسافة التي يصعدها رجل على السلم ليصبح على ارتفاع ٤. ٢متر من الأرض.



دار الكلب الجامعية

# توـــازيـن ۳۰ – ۱

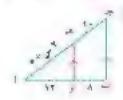
## ١١ في الشكل المقابل وعد // ب بح أكمل:

## 😥 في الشكل المقابل و هـ// بـ جـ. حدد العبارات الصحيحة من ما يلي:



- و <u>جده اح</u> بوک اب
- (٣) في كل من الأشكال التالية و عد // بح. أوجد قيمة س العددية (الأطوال بالسنتيمترات).















ق في الشكل المقابل: أب // وهـ ، أهـ أا بو = (جـ ا اجد - اسم، ب جد - عسم، جد 5 - ٣ سم أوجد طول جد هـ

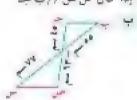
## ا (ق) سرص () عَلَ = (م)، حيث سرع // قرص، فإذا كان س م = اسم، ص م = ۱۵سم، ع ل = ٢٦ سم. أوجد طول عم.



- ا اوه؛ ، ب٤=٠ ، جدهـ=٦ ، اهـ=س،
- ب اهم اس ، هم حمده ، أو عس ٢ ، و ب عار
  - ج اب-۲۱، بود، وجد، اوجس
- د او دس ، بو دسته ، اوب توجه ۱۳





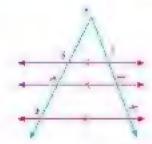




- ا في اس ص ع مثلث فيه س ص ١٤ سم، س ع ٢١ سم، ل ق س ص بحيث س ل ٦.٥ سم، م ق س ع حيث س م - ١٤.٤ سم، أثبت أن لرم // ص ع
  - رق في المثلث أب جدى ﴿ آب، هـ ﴿ آب، اهـ ﴿ أَبَ ، الله عَدَ الله عَدَ الله عَدَ الله عَدَ الله عَدَ الله عَدَ ا إذا كان أي ما ١٠ سم، ي ب علاما إذا كان كان كان أو هـ //ب جد فسر إجابتك.
- ۱۹۹۱ آب جـ و شكل رباعي تقاطع قطراه في هـ فإذا كان أ هـ = ٢سم، ب هـ = ١٢سم، هـ و = ١٠سم،
   عـ و = ١٠٧سم. أثبت أن الشكل أب جـ و شبه منحرف.
- البا أثبت أن القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث يوازى ضلعه الثالث، وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع.
- الآه اب جد مثلث، و و آب حيث ۱۳ و ۳۰ و ب، هد و آب حيث ٥ جدهد ۳۰ اجد رسم آس يقطع بجد في س. إذا كان أو - ١١سم، أس - ٢٠سم، حيث و قرآس. أثبت أن النقط و، و، هد على استقامة واحدة.
- الله اب جدمثلث، و ﴿ بَحَدَ، بَحِيثُ بِهِ ﴿ يَمَ مَدَ اللهُ اللهِ اللهِ يَّ، رسم جَدَّ فَقَطَعِ آبَ فَي سَ، رسم و ص // جدس فقطع آبِ فِي ص، أثبت أنّ اس = ب ص.
- (١٩٠٠) آب جـ و مستطيل تقاطع فعلواه في م. هـ منتصف آم ، و منتصف م جـ. رسم و هـ يفطع آب في س. ورسم و و و يقطع بـ جـ في ص. أثبت أن: سرص // آج.

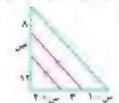
#### المستقيمات الصرارية والأحراء العصاصف

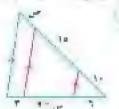
## وإ: اكتب ما تساويه كل من النسب التالية مستخدمًا الشكل المقابل:



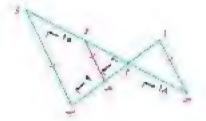
## (١٤) في كل من الأشكال التالية، احسب فيم س، ص العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)







## (١٧) في الشكل المقابل:



آب (۱ جدو - ام)، هد∈ مب، و ∈ مو، اجر/ وهر/وب

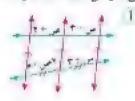
وحعف

ر .... 1 طول <del>م ر</del> 4 طول <u>ام</u>

(١٩) في كل من الأشكال التالية، احسب قيم س، ص العددية:







ب <u>اس \_ پسی</u> جدم \_ کے

 $-\frac{1}{2}$ 

## منصفا الزاوية والأجزاء المتناسبة

## **Angle Bisectors and Proportional Parts**

4-4

#### شوف لتملح

- ه عصائمي مصفات زوايا الخلك.
- أمينخداج التناسيدي حساب
   أطوال العطو المتعيمة الدائية عن
  - تعليف زارية ال مثلت،
- سلاجة وعل مشكلات حيالية
   تتفسن منسقات زوايا الثناث.

- ا ارسم المتلث أب جه و إرسم أي ليقطع بج في و.
  - ٣- فس كلُّا من بري، جري، آب. آج.

  - كرر العمل السابق عدة مرات.
     هل يتحقق استناجك؛ عبر عن استناجك بلغتك.

### منصف زاوية مثلث

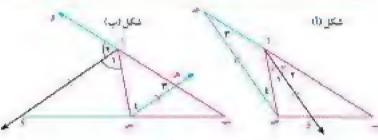
عنبل بعارات

#### المصطلحات الأساسية

- Bierrior in a
- merce Boscon & Date .
- ا م<u>نصف خارجي (Balansa 664010</u>
- ا جمودي Proposition

## Bisector of an Angle of a Triangle

## يه إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزآين فإن النسبة بين طوليهما تساوى النسبة بين طولي الضاعي الأخرين



## المعطيات: أب جعثك، أيَّ ينصف كب أج

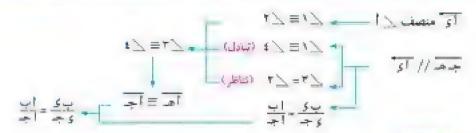
(من الداخل في شكل أ ، من الخارج في شكل ب).

المطلوب: يدي واب

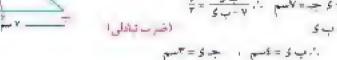
البرهان : ارسم جـ هـ // أي ويقطع بِ أ في هـ اتبع المخطط التالي واكتب البرهان.

#### الأدوات والوسائل

- أقوات فنصبة للرحم ،
- الاحاصب الي وبراميج وسوعية.
  - ه جهاز هر ضر بيانات.



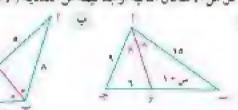
- اب جمثلت فیه اب ۱۹۰۵م ، اج ۱۹۰۵م ، ب ج ۱۷۰۵م ، رسم ای ینصف کب اجرویقطع ب ج غيي و. أوجد طول كل من بي ، وحد
  - 🔵 الحل

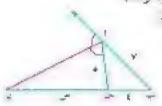


TA = j - V

بد حاول أن تحل

🕔 في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



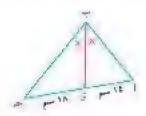


- ال أب جا مثلث، رسم بي تو ينصف ٢٠ ، ويقطع آج في و، حيث أو = ١٤ سم. و جد ١٨ سم. إذا كان محيط ١٥ اب جـ ٥ ١٨٠م، فأوجد طول كل من بجر، آب.
  - 🔴 الحل

شی∆ابج

عار الكتب الجامعية

- '.'محیط ∆ آپ چ = ۱۸۰۰م , آچ = ۱۱ + ۱۸ = ۲۲مم
  - ن أب ب جده ۱۸ ۲۲ ۱۸ عمم



- ه حلول ارز فخل،
- اب جـ مثلث قائم الزاوية في بـ دوسم أي ينصف إ، ويقطع ب جـ في و. إذا كان طول بور = ٢٤ مم، ب ا: اجـ - ٢ : ٥ فأوجد محيط ك أب جـ

### ملاحظة مامة

١- في المثلث أب جاحيث أب اجاجا

راذا كان آئ ينصف ∑ب اج

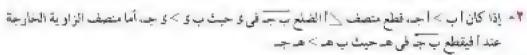
آح ينصف الزاوية الخارجة للمثلث عندال

فإن يد ابد محد اجد

ويکون سکے = سے

أي أن ب ج تنقسم من الداخل في ٤ ومن الخارج في هـ بنسبة واحدة

و يكون المنصفين أ و ، أهـ متعامدين . (لهاذا)؟

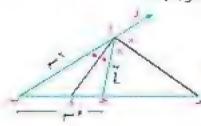


## تفكم نافد

- ◄ كلما كير أج ماذا يحدث للنقطة ١٥
- ﴾ إذا كان أجـ أب أين تقع النقطة ؟؛ وما وضع آهـ بالنسبة إلى بجـ عندئذٍ؛
- ◄ عندما يصبح أجد > أب ما العلاقة بين ي جم، ي ب وأين تفع هـ عندنذٍ؛ قارن إجابتك مع زملائك.

- اب ج مثلت فيه اب = ١ سم، اج = ٤ سم، ب ج = ٥ سم. رسم آق ينصف \ اويقطع ب ج في ٥، ورسم آهـ ينصف 🔼 الخارجة ويقطع بجد في هـ احسب طول كرهـ.
  - الحل
  - الله ينصف ١٦٠ احد يتصف ١١١ الخارجة
  - -. ٤ . هـ تقسمان ب جا من الذاخل ومن الخارج بنفس النسبة.

    - الاسجادب و و جاده ، باها-هاجادب جاده



من خواص التناسب نجد

## 🐞 حاول أن تحل

أ أثبت أن آب متوسط في المثلث أجه

ب أوجد النسة من مباحة المثلث أي هم و مساحة المثلث أحمه

## إيجاد طول المنصف الداخلي والمنصف الخارجي لراوية رأس مثلث.

فإن: او مهاأب اجر-بو ×وج

المعطيات: أب جد مثلث، أق ينصف كب أجد من الداخل، أق ∩ بجد - (ؤ)

المطلوب: (او)'=اب×اج-بود>وج



وتقطع أؤ في هنه ارحم به

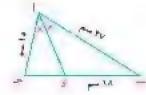
الله عاد و العاجد الحد

# آئ×ۇ ھـ≂ب ئ×ۇ ،

## Mary

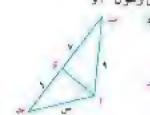
 إلى جدمثلث فيداب - ٢٧سم، اج - ١٥ سم. رسم اي ينصف \ اويقطع بج في ١٤. إذا كان بع - ١٨ سم احسب طول أكر.

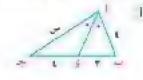


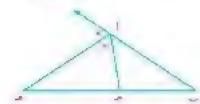


## 🥏 جاول أن تجل

(١) في كل من الأشكال الثالية (الأبعاد مقدرة بالسنتيمترات) احسب قيمة ص وطول [3]

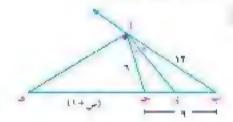


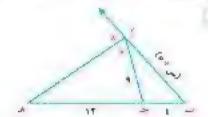




للقط أن: في الشكل المقابل: آماً بنصف لا ب الجدمن الخارج و يقطع ب جد في هد فإن: الهدم بأب هـ مدجد - اب داجد

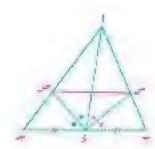
- پ داول آن تحل
- (٥) في كل من الأشكال التالية (الأبعاد مقدرة بالمنتيمترات) احسب قيمة س، وطول آهـ





## Jim

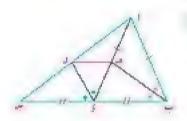
- (a) في الشكل المغابل: آي متوسط ني △ أب جـ
   (b) من ينصف ∠اؤب. ويقطع آب في س.
   (c) من ينصف ∠اؤ جـ ويقطع آجـ في ص.
   آثبت أن: سص //ب-جـ
  - 🍅 الحل
  - في∆اوب: ∵ وس ينصف ≿اوب
  - ئی∆اؤ جا∵ وَصَّ بِنصف ∑او جا
    - في ∆اب جه: اي متوسط
  - $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}$

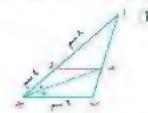


- $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1+\alpha}} = \frac{31}{\sqrt{1+\alpha}}.$
- 171 101 11
- - ويكون س ص //بج.

## 🧓 حاول أن تحل

أي كل من الأشكال الثالية أثبت أن: هـ و //ب حـ





#### تفكير منطقى

في الشكل المقابل: و € ب ج.

### حالات خاصة

۱- في∆اپ ج:

إذا كان و و ب ج . حيث يع = اح

فإن: أيُّ ينصف 📐 ب أج

وإذا كان هـ 3 بج، هـ 3 بج، حيث بعد بابد غإن: آهـ ينصف كالخارجة عن المثلث أب ج

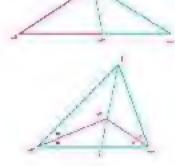
ويعرف هذا بعكس النظرية السابقة.



به. جه منصفا زاویتاب، ج

يثقاطعا في نقطة هـ ∈ أو . ماذا تستنج:

يُشْتِينَا فَيْ مُنْصَفَّاتُ رُوابًا المثلث تتفاطع في نقطة واحدة.



## da

ا اب جدمثلث فيه اب ١٨٠سم، ب جده ١٥سم، اجده ١٢سم، و قب جر، حيث ب و ه اسم رسم احاً لما أو فقطع ب حرفي هـ ، أثبت أن أو يتصف كب اجدثم أوجد طول حد.



الحل
 في △ أب جـ أبد = ١٠٠ = ١٠
 جـ ٤ = ب جـ ب ٤ = ١٠١ - ١٠ - ١٠مم
 بـ بـ ٤ ـ ـ ١٠ ـ ٢

 $\frac{7}{7} = \frac{4}{7} = \frac{5 - 4}{3} \cdot 7$ 

آو\* پنصف ∑ب اج

## 🌬 حاول أي تحل

 اب جرى شكل رباعي فيه اب=١٨سم، ب جر=١٢سم. هد ق آو بعيث ٢ اهد=٢ هدى رسم مرة // عج فقطع آج في و. ألبت ان برة ينصف \ ابج

🕐 آب قطر في دائرة، أجر وتر فيها. رسم جري مهاس للدائرة عند جر فقطع آب في ي.

ا، جب ينصف ∠ جالي ∆ و جاهـ

1.1 أب قطر في الدائرة

\*؛ جبّ ينصف ∑جاني ∆ اب ج

ويكون <u>اوا - او -</u>

$$\frac{1}{1} = \frac{15}{15}$$
 .  $\frac{15}{15} = \frac{15}{15}$  .  $\frac{15}{15} = \frac{15}{15}$  .  $\frac{1}{15} = \frac{1}{15}$ 

## ينتج أن: <u>أعد - دهد</u> . . أعد - دهد

## 🦠 جاول أن نجل

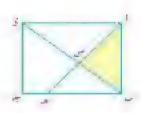
🔕 دائرتان م. ن متماستان من الخارج في أ. رسم مستقيم يوازي من فقطع الدائرة م في ب، جـ ، والدائرة ن في ي، هـ على الترتيب. فإذا تفاطع ب ع . هـ ن في النقطة و. أثبت أن آو ينصف ﴿ مِ و ن.

## ري تعدم برز عدم ا

هل عشكلات: يبين الشكل المقابل تقسيمًا لقطعة أرض مستطينة الشكل إلى أربعة أقسام مختلفة بالمستفيمين بؤء أهـ . حبث هـ ∈ بج.، ب ک □ اور = اسرار

فَإِذَا كَانَ أَبِ = بِ هِ حِ ٢ وَمَثَرُّاء أَوْ = ٥٦ مَثَرُّا.

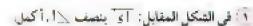
احسب مساحة القطعة أب س بالأمتار المربعة و طول أس



ب <u>الح</u> يرب به

(ر هم المعللوب ثانيًا)

# 🧶 تمارین ۳-۲



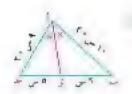


· في كل من الأشكال التالية، أوجد فيمة س (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

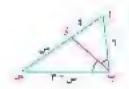








- (٣) اب ج مثلث محيطه ٢٧سم، رسم بي نصف \ ب و يقطع آج في ي. إذا كان اي = عسم، جري = عسم، أوجد طول كل من آب، بج، آي
  - ﴿ فِي كُلُّ مِنَ الأَشْكَالِ التَّالِيةِ أُوجِدِ قِيمَةً سِ، ثُمَّ أُوجِد محيط ∆أ ب جــ

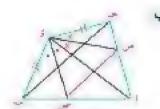






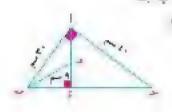
(ق) أب جـ مثلث فيه أب = ١٨٠٨، أج = ١٩٠٨، ب ج = ١٩٠٨، رسم أق ينصف ∠ا ويقطع ب جـ في ١٥، ورسم أه ينصف ∠ا الخارجة ويقطع ب جـ في هـ أوجد طول كل من وهـ أي ، أهـ .

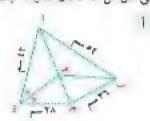
## في كل من الأشكال الثالية: أثبت أن سرص //ب جـ



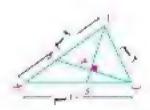


· ﴿ ) في كل من الأشكال الثالية. أثبت أن ب هـ بنصف ﴿ أب جــ





- اهـ في الشكل المفايل: هـ 5 // س ص // بـ جـ ، اى > بـ س = ا جـ > هـ س. أثبت أن آس ينصف \ جـ اى.



ا آن في الشكل العقابل: أب جستك فيه أب= اسم، أجد اسم. ب جد ١٠٠ سم و قب جب بحيث ب و = اسم. رسم ب هذ لم أي ويقطع أي ، أب في هم و على الترتيب. الشيت أن أي ينسف كا. ب أوجد هذ (كابو): هـ (كجب و)

## تطبيقات التناسب في الدائرة

## Applications of Proportionality in the Circle

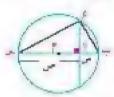
#### سوف تتعلم

- ة إضاه فيم ننطة برئيسة ثبيار ق
- فالحديد موقع نقطة بالنسبة لدائرة
- إضاد قباسات الروايا التاغية مي. تقاطع الأولار والمؤساك ال
- الدعرة
- ه نمذجة وحل تعليفات تشمل زيجاد طول المصيف القااعلي والخارجي الزاوية.

# diao g psa 🌃

كِف بمكن إنشاء قطعة مستقيمة يكون طولها ل وسطًا منتاسبًا بين طولين س، ص القطعتين معلومتينة

في كن من الشكلين التاليين أب = س ، أج = ص ، أي ال





الما الما .. △ أوب ~ △ أجرى (لماذا) 

## المصطلحات الأسوسنة

Fower of experie	والراطعية
Carie	i gila s
Orbid	◄ ولير
Sursqueek	المأسى
Second	ه قاطع
Discretes	ه ټولو

٩ مواثر منحفظ اللركر

Concernno Circles

الناس خارجي مشترك Construct Economi Reports

له فيلس واخل مشترك

Foremore insured tangent



Power of a point

# قارن رسمك مع زملاتك وتحقق من صحة إجابتك مستخدمًا الآلة الحاسبة والقياس.

أنشئ قطعًا مستقيمة أطوالها بالله عادا، بالالا

nlokal Jac

أولاً: قوة نقطة بالنسبة لدائرة

قوة التقطة أ بالنسبة للدائرة م التي طول نصف قطرها مي هو العدد الحقيقي ق (١) حيث: ق (١) = (١م) - ق.

#### الأحوات والوسائل

ه أدوات فللسية للرسم والقياس

## ملاحظات ماقة

#### وللحظفيا

يمكن التنبؤ يموقع تقطة أبالنسبة للدائرة م

فَإِذَا كَالَ: ق ﴿ [ ] > ، فإنَ أَ تَقَعِ خَارَجَ الدَّاشَرَةُ.

(1) = - فإن أ تقع على الدائرة.

ق (1) < ، فإن أ تقع داخل الدائرة

## diam'r.

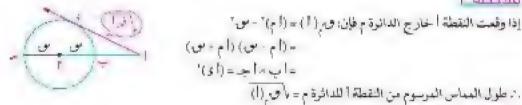
 حدد موقع كلّ من النقط أ، ب، جـ بالنسبة للدائرة م التي طول نصف قطرها ٥سم إذا كان: عرر (١) = ١١ . فر (ب) = صفر ، فر (جـ) = ١٦٠، ثم احسب بعد كل نقطة عن مركز الدائرة. الخل

الدائرة خارج الدائرة ٠٠ (١) ١١٥ (١) ٥٠٠٠ ر ا ) = (ام) - س · ، ، ۱۱ = (ام) · - ۲۵ - (ام) · ۲۵ - ۲۵ - (۱م) رزام = المسم ٠٠٠ ۍ (پ) = صفر . . ب تقع على الدائرة ، يهم ه فسم . . جد تفع داخل الدائرة ١٦٠ ور (ج) = ١٦٠ ٠٠٠ و (ج ع) = ١٦٠ .. ١٦٠ = (ج ع) - ٥٠٠ الرجام = ٢سم

## م حاول آن تحل

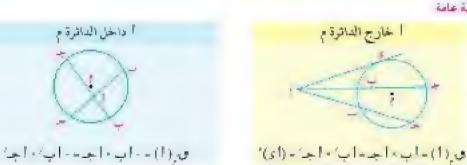
🕥 حدُّد موقع كلُّ من النقط أ. ب. جايالنسية للدائرة ن التي طول نصف قطرها ٣ سم. ثم احسب بعد كل نقطة عن مركز الدائرة لمي كل من الحالات الآتية:

#### والحطوا



### ملاحظة "

#### ويعينية عامة



# dia

💽 الدائرة م طول نصف قطرها ٣١مم. النقطة أتبعد عن مركزها ٢٢سم، رسم الوتر بج حيث أ 3 بج،

أ طول الوتر ب ج

## غى الدائرةم:



ا : س = ۲۱سم. ام = ۲۲سم، ا ∈ سج . . انفع داخل الدائرة و یکون ور(۱) = (ام)' - س' = - اب دا جـ

بغرض أن بعد الوتر عن مركز الدائرة = م ى حيث م ى ⊥ بجـ

$$\forall A \circ = \forall (\forall E) = \forall (\forall Y) = \forall (S \neq Y)$$
.

٠٠ ع و ١ ب ج

#### 📦 علول بن تعل

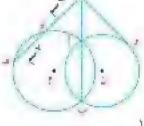
(٢) الدائرة ن طول نصف قطوها ٨سم. النقطة ب تبعد ١٢ سم عن مركز الدائرة، رسم مستقيم يمر بالنقطة ب و يقطع الدائرة في نقطتين جـ ٥٠ حيث جـ ب = حـ ٥ ، احسب طول الوتر جـ ٥ و بعده عن النقطة ن.

# din

- ۱۳ دائرتان م، ن متفاطعتان فی ا ، ب. جـ و ب آ ، جـ ال ب آ ، رسم جـ و فقطع الدائرة م فی ی ، هـ حيث جـ و ۲ سم ، و هـ ۷ سم ، و رسم جـ و بيس الدائرة ن عند و .
  - أثبت أن ق (ج) = ق (ج).
     إذا كان أب = ١ سم. أوجد طول كل من آج. جـ ق.

### 🍑 الكل





#### ملاحظة هاقه

تسمى مجموعة النقاط التي لها نفس القوة بالنسبة لدائرتين مختلفتين بالمحور الأساسي للدائرتين.

فإذا كان ق ( أ ) = ق ( أ ) فإن أ نقع على المحور الأساسي للدائونين م. ن.

في الطال السابق الاحظ أن: في (ج) ، في (ج) ، في (1) = في (1) = صفرًا ، في (ب) = في (ب) = صفرًا . . آب محور أساسي للدائرتين م، ن.

#### 🏝 حاول أن تحل

- الدائرتان م، ن متماستان من الخارج في أ. آب مماس مشترك للدائرتين م، ن. بج يقطع الدائرة م في جد، و، به قطع الدائرة ن في هـ. و على الترتيب
  - 1 اثبت أن: أب محور أساسي للدائرتين مدن
  - ٣ إذا كان وم (ب) = ٣٦ ، ب جدة قسم ، هدو = ٢ سم. أوجد طول كل من جدى ، آب ، ب حد.

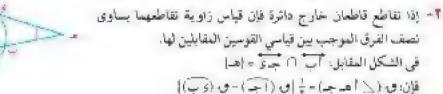
## ثانيًا: القاطح والمماس وفياسات الزوايا

ىبق ودرست:

1- إذا تقاطع فاطعان داخل دائرة فإن فياس زاوية تقاطعهما يساوى نصف مجموع قياسى القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التى تقابلها بالرأس.



غان: ق ( اه جر) و أو ( آجر) مق او سال





### ک علول آن انحل

في كل من الأشكال الآتية: أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس.









دار الكثيدالجامعية

### استثناج قياس الزاوية الثانجة من تقاطع قاطع ومماس (أو مماسين) لدائرة.

لمرین مشهور

القاطع والمماس (أو المماسان) لذائرة المتقاطعان خارج الدائرة، يكون قياس زاوية تقاطعهما مساويًا نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.

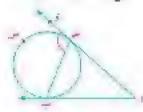
البرهان

الحالة الأولى: نقاطع القاطع والمماس لدائرة.



∵ کے و جہ ب خارجہ عن ∆ا ب جہ

الحالة الثانية: تقاطع مماسين لدائرة.



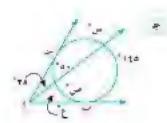
ت کے وجب خارجہ عن ۱۵ پ جہ

$$(2|-0(2|-0)(2+2)) = (2+2|-0)$$

🥌 خاول أن تحل

مستعينًا بمعطيات الشكل، أوجد قبعة الرمز المستخدم في القياس.





# dian

- الرسط بالله قصار المتفاعق: يدور قمر صناعي في مدار، محافظًا في أثناء دوراته على ارتفاع ثابت فوق منطقة خط الاستواء، وتستطيع آلة النصوير به رصد قوس طوله ٢٠١١ كم على سطح الأرض. إذا كان قباس هذا القوس ١٥٠٠. فأوجد:
  - أ قياس زاوية آلة التصوير الموضوعة على القمر الصناعي.
    - طول نصف قطر الأرض عند دائرة خط الاستواه.

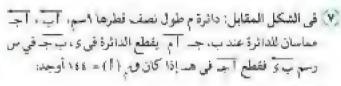
#### 🥟 الحل

 في الدائرة بتناسب طول القوس مع قياسه 575W.W= W. ان طول تصف قطر الأرض عند خط الاستواء ٢٢٧٨ كم.



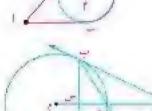
#### 🧓 دارول أي نحل

🕥 تدور بكرة عند محور م بواسطة سير يمن على بكرة صغيرة عند أ. غَاِذًا كَانَ قِياسَ الزاوية بين جزئي السير ٤٠٠. فأوجد طول بجد الأكبر، علنًا بأن طول نصف قطر البكرة الكبري ٩ سم.



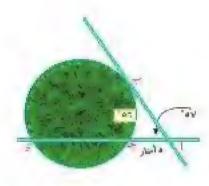
ا طول آب

٣ طول آس.



# Carrier on construction

حل عشكالات: ببين الشكل المقابل مخططًا لحديقة على شكل دائرة. أنشئ ممرين للمشاة أحدهما خارج الحديقة يمسها في النقطة ب والآخر يقطع الحديقة في نقطتي ج، و ويتقاطع المعران عند أ. إذا كان ور (1) = ١٠٠٠ اجـ = ٥ أمتار. أوجد طول كل من آب ، جرى ، ثم أوجد ق (ب ك).



# 🧐 ۳-۳سارين 🌯

 حدد موقع كل من النقط التالية بالنسبة إلى الدائرة م، والتي طول نصف قطرها ١٠سم، ثم احسب بعد كل نقطة عن مركز الدائرة.

ج ور (جـ) = صفر

ب ق (ب) = ۲۱

Th-=(1),0-1

أوجد قوة النقطة المعطاة بالنسبة إلى اندائرة م، والتي طول نصف قطرها من:

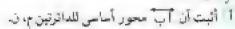
1 النفطة أحيث أم = ١٢ سم ، س = ٩ سم

ب النقطة ب حيث ب م + ٨ سم، س = ١٥ سم

\* النقطة جحيث جرم = ٧ سم ، ال

د النقطة ك حيث كرم = ١١٧٠ سم، مور = ٤ سم

- إذا كان بعد نقطة عن مركز دائرة يساوى ٢٥مم وقوة هذه النقطة بالنسبة إلى الدائرة يساوى ٤٠٠.
   أوحد طول نصف قطر هذه الدائرة.
- في الدائرة م طول نصف قطرها ٢٠سم. أنقطة تبعد عن مركز الدائرة مسافة ١٩سم، رسم الوتر بعد عن مركز الدائرة مسافة ١٩سم، رسم الوتر بعد حيث ا € بعد ما المرابعة العديد العدب طول الوتر بعد.



🌱 أوجد طول كل من سرجه سرو

ج أثبت أن الشكل جرى و هر رباعي دانري.



# \* مستعينًا بمعطيات الشكل، أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس.







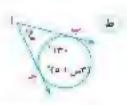








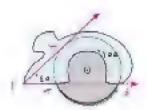




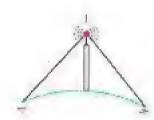




- 1 س ص
  - ب آس
- \* /40-



(٨) الربط هنع التعناعة: منشار دائرى تقطع الخشب طول نصف قطر دائرته ١٠سم. بدور داخل حافظة حماية، فإذا كان ق (∠ب أ ٤) = ٥٤°، ق (ب وَ) = ١٥٥° أوجد طول قوس قرص المنشار خارج حافظة الحماية.

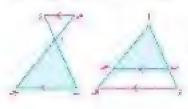


 انتقالات: تتبع الإشارات التي تصدر عن برج الاتصالات في مسارها شعاعًا، نقطة بدايته على فعة البرج، ويكون مماشًا لسطح الأرض،
 كما في الشكل المقابل. حدد قياس القوس المحصور بالمماسين بفرض أن البرج يقع على مستوى مطح البحر، وه ( \( \sum = 1 \cdot ) = 8.0 \)



# ملخص الوحدة

نظرية ١٠ إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع المثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع متناسبة.



نتيجة: إذا رسم مستقيم خارج مثلث أب جيوازي ضلعًا من أضلاع المثلث وليكن ب ج ويفطع أب ، أج في ٤ ، ه على الترنيب (كما في الشكل)

$$\frac{a!}{|\psi|} = \frac{s!}{|\psi|}$$

$$\frac{|\psi|}{|\psi|} = \frac{s!}{|\psi|} = \frac{$$

عكس تظرية ١ إذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث، وقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة فإنه يوازي الضلع الثالث.

نظرية تاليس العامة "Tata Theorem" إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية، فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الأخر.



حالات خاصة

- إذا تقاطع المستقيمان م ، م/ في النقطة أوكان: بب // جباً ، فإن: أحد عا وبالعكس: إذا كان: العد المرافزان: بب // جيد
  - ۲ إذا كان لي // لي // لي // لي.

وقطعها المستقيمان م، م وكان: أب = ب جـ = جـ و فإن: أن ب - ب اجا جا - جا وا

نظرية ٣ متعبق زارية مثلث Trangle-Angle -Sitector؛ إذا تعبقت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزاين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين



ملاحظة هانَّة: في الشكل المقابل

- ١- ب ج تنفسم من الداخل في ي ومن الخارج في هـ بنسبة واحدة فيكون بسائح - يست
- المنصف الداخلي والمنصف الخارجي لزاو يقفي مثلث متعامدان؛ أي أن : أو لـ أهـ
- 🥕 إذا كان أ ب > ا ج، قطع منصف 🔀 الضلع بج في و، حيث ب و > و ج. أما منصف الزاوية الخارجة عند أ فيقطع بُ جَـ في هـ، حيث ب هـ > هـ جـ
  - 4- او = با ب ا دا جـ ب و × و جـ
  - ۵ اهروز به «هرور با «احر

ملخص الوحدة





فإن: آي يُتصف \_ب أج



قان. آهـ يتصف ١١ الخارجة عن المثلث أب حـ

\* - حَمَيْنَة: منصفات زوابا المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.

أولًا: قوة نقطة بالنب لدائرة Power of a point

قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م التي طول نصف قطرها عن هو العدد الحقيقي في (أ) حيث،

ق (ا) = (ام) - س

فإن أتقع خارج الدائرة م  $\cdot < (1) > 0$ فإذا كان o

ق (1)=٠ اثقع على الدائرة م
 ق (1) <- اثقع داخل الدائرة م</li>

أتقع داخل الدائرة م

ناتيًا: المقاطع والمساس وقياسات الزاوية.

أ - قياس الزاوية الناتجة من تقاطع قاطعين داخل دائرة:

1 ] داخل الدائرة











- ٣ قياس الزاوية النائجة من تقاطع قاطع ومماس للدائرة [(++), o - (F+), o] = (1), o
  - ٣- قياس الزاوية الناتجة من تقاطع مماسين لدائرة.



#### في نهاية الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- وتعرف الزاوية الموجهة.
- ينعرف الوضع الفياسي للزارية الموجهة.
- يتعرف القياس الموجب والقياس السائب للزاوية الموجهة.
- ينعرف مرع قياس الزوايا بالتقديرين (الستيني والدائري).
  - 🦈 يتعرف القياس الدائري لفزوايا السركزية في دائرة.
- منختم الآلة الحاسية في إجراء الحمليات الحمايية الخاصة بالتحويل من القياس الدائري إلى القياس المتيني والعكس.
  - · ينسر أب اللوال المثلثية .
  - يحدد إشارات التوالي المثلثية في الأرباع الأربعة.
- يستنج أن مجموعة الزوايا المتكافئة لها نفس اللوال المثلثية.
  - يتعرف النسب المثلثية للزاوية الحادة والأي والرية.
    - · يستنتج النسب المثلثية لحضى الزوايا الحاصة.

#### Triviale nearly in

- " يتعرف الزواية المنتسبة (١٨٠ ° ± ٥٥) (٣٢٠ £ ٥٥). (+) ± (+V) (a ± 4.)
  - · يعطى الحل العام للمعادلات المثلثية على الصورة:
- ظالى-ظالى-ح جالس ٣ جناب س
  - قالم قاب
- 🕛 يوجد قياس زاوية معلوم إحدى فيم النسب المثلثية لها.
- 🦠 يتحرف التمثيل البياني لدوال الجبيد وجب التمام ويستنتج خواص كل منهما.
- ا يستخدم الألة الحاسبة العلمية في حساب التسب المثلثية لعضى الزوايا الخاصة.
- المهندج يعض الظواهر القيزيانية والحياتية والتي تمثلها دواف
- 1 يستخدم تكنولوجيا المعنومات في التعرف على النطبيقات المتعددة للشاهيم الأساسية لحساب المثلثات،

أث فاطح

طل نمام

Shore

Commented

Charles Function 19,56 26

الرازية المتنبة henses enges

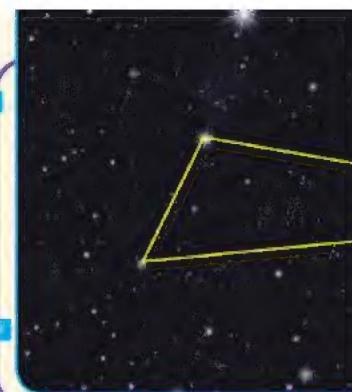
### فرمطينات لأساسياني

- أياس مليني Degras Manuara أ أياس موجب
- قباس دتری Rantan Manua Reset we Affine ourse
- زارية مرجهة Ornaled Regle أ قباس مالب Negativo Measuro واوية نصف تطرية اراديان)
- Emilyabert Angle 63/50 4(4) Readent Angle 444, 45' وخيم فيلسي Standard Position
- جرب تعام Copyright Tistema 6

Ingurameter function

- Сочесам

الله مثلثية الله مثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلثية المثلث



#### Carpings .

الغرس (٤ - ١): الزاوية الموجهة.

الدرس (٤ - ٣): القياس السنيني والقياس الدائري لزاوية.

القرس (٤ - ٣): الدرال المثلثية.

الغرس (٤٠-٤): الزاريا المنتسبة

الدرس (٤ - ٥) التجليل الباتي للدوال الجللية.

الدرس (٤ - ٦). إيجاد ثياس زاوية بمعلومية إحدى نسبها المثلثية.

#### 

آلة حاسبة علمية - ورق مو يعات - حاسب آلي -بوامج رسم بيائي.

#### E WATER OF

حساب المنتئات هو أحد فروع علم الرياضيات، فهو يختص بالحسابات الخاصة بين فياسات زوايا المنتث وأطوال أضلاعه، وقد نشأ هذه العلم هسمن الرياضيات القديمة حصوصا فيما يتعلق بحسابات علم الملك التي اهتم بها الإساد القديم لما يتأمله وشاهده في الكون من حركة الشمس والقمر وشاهدم والكوائب،

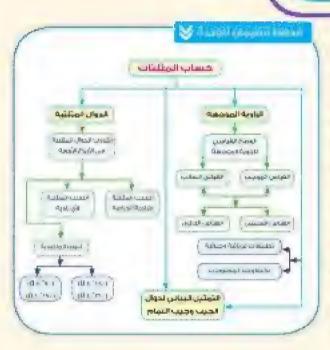
ويمد الرياضي العربي عمير الدين الطوسي هو أول من قصل حساب المثلثات عن الفلك.

وكان لحماب المثلثات نصيه من اعتمامات العرب، ويذكر أن اصطاح ﴿الطّلِ) قد وصفه العالم العربي أبو الوفا البوزجاني (٩٤٠ - ٩٩٨م) في القرن العاشر المبلادي، وهذا الاصطلاح مأحوذ من فلال الأجمام التي تتكون نتيجة مير الفوم المنبعث من الشمس في خطوط مستقيمة.

كما أن للعرب إضافات عليدة في حماب

المثلثات المستوى والكروي (نسبة إلى سطح الكرة) وعنهم أخذ الغربيون المعلومات المهمة، وأضافوا إليها أبضة الكثير.

حتى أصبح حساب المثلثات متضعفًا العديد من الأبحاث الرياضية، وأصبحت تطبيقاته في شتى المعارف العلمية والعسلية، وساهم في دفع عجلة التقدم والاردهار.



# الزاوية الموحمة

# Directed Angle

#### سنوف لتملح

- العمهوم الزارية للوجهة
- ٥ الوضم القيامي للزاوية الوجهة.
- القياس الموجيد والقياس السالي المؤام يفاظو سهد
- المرقع الزاوية الرجهة في المنزى الإسدائي المعابد

المصطلحاث الأساسية

Degree Measure

Eliterized an gie

Spangland Appertun-

PDS45wt Diestrume

۵ قیامی مثینی

٠ زاوية مرحهة

الارتيم فياسي

القياس مرجب

۴ قبامي ما ألب

- زائرية مكافئة

440 4005 -

الأدوات والوسائل

« آلة حاجة هنون

ا مفهوم الزوايا لشكائلة.



سبق لك أن تعرفت على أن الزاوية هي اتحاد شعاعيين لهما نقطة بداية واحدة

طي الشكل المرسوع المعلى النقطة ب «رأس الزاوية». والشعاعان مرأءب أحب فيلعا الزاوية

أى أن: ب] البحد ( \ابح)

ونكتب كذلك الأحا



Degree Measure System

## القياس السنيني للزاوية

علمت أن القياس السنوشي يعتمد على تقسيم الدائرة إلى ٢٦٠ قوسًا متساوية في الطول.

## وبالتائي فإن:

- ١- الزاوية المركزية التي ضلعاها يمران بنهايتي أحد هذه الأقواس يكون قياسها درجة واحية (١٠)
  - ٣٠ تنفسم الدرجة إلى ٦٠ جزءًا، كلُّ منها يسمى دقيقة، وترمز له بالرمز (٩))
  - ٣٠ تنفسم الدقيقة إلى ٦٠ جزءًا، كلُّ منها يسمى ثانية، وترمز له بالرمز (٣١) أو إن: ١٠- ١٠ ، ١٠- ١٠ وا

#### Nigotive measure Egypvolení Angle Quadrantal Angle

# الزاوية الموجمة

إذا راعينا ترتيب الشعاعين المكونين للزاوية فإنه يمكن كتابتهما على شكل الزوج المرتب (وأ ، و أ ) حيث العنصر الأول و أ هو الضلع الابتدائي للزاوية، العنصر الثاني وب هو الضلع النهائي للزاوية التي رأسها نقطة و كما بالشكل (١).

أما إذا كان الضلع الابتدائي و ... الضلع النهائي و أ فتكتب عندئذ (ورق، و أ ) كما في شكل (١).

# Directed Angle

هکل (۱)



دار الكتب الجامعية

الزاوية الموجهة هي زوج مرتب من شعاعين هما ضلعا الزاوية، لهما نقطة بداية واحدة هي رأس الزاوية.

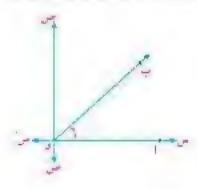
#### تبيكير باهج

الوضع القياسي للزاوية الموجهة

Standard position of the directed angle

تكون الزاوية في وضع قباسي إذا كان رأس هذه الزاوية هو نقطة الأصل في نظام إحداثي متعامد، وضلعها الابتدائي يقع على الجزء الموجب لمحورالبنات.

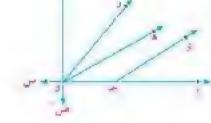
هل ﴿ أُو بِ الموجهة في الوضع القياسي؛ فشر إجابتك.



تقبير لنشتهي

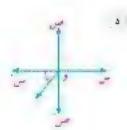
أيُّ من الأزواج المرتبة الثالبة بعبر عن زاوية موجهة في وضعها القباسي؛ فسّر إجابتك.

- ا (جأ،جؤ) ب (وأ،وهُ)
- ۶ (وهد، وآ) د (وآ، ور)
- ه (وَب، ورَ ) · ف (وآ ، وَب)

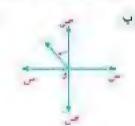


🦸 حاول آن بحل

🕥 أى الزوايا الموجهة التالية في وضعها القياسي؛ فـــُــر إجابتك.







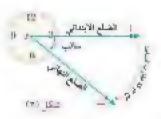


#### القياس الموجب والقياس السالب للزاوية الموجهة:

Positive and negative measures of a directed angle

ني شكل ١١) يكون قباس الزاوية الموجهة موجبًا إذا كان الانجاه من الضلع الابتدائي و آ إلى الضلع النهائي و ب ، في عكس انجاه حركة عقارب الساعة.

في شكل (٣) يكون قياس الزاوية الموجهة ساليًا إذا كان الانجاه من الضلع الابتدائي و آ إلى الضلع النهائي و بـ الله النهائي و بـ الله عنارب الساعة.





A Supe

أوجد فياس الزاوية الموجهة θ المشار إليها هي كل شكل من الأشكال الآتية:









🥌 الحل

نعلم أن مجموع قياسات الزوايا المنجمعة حول نقطة يساوي ٣٦٠٠

 ${}^{\circ}\tau\tau^{*}\cdot = ({}^{\circ}\mathsf{h}\tau\mathfrak{s} - {}^{\circ}\tau^{*}\cdot) = \pm \theta \quad {}^{\circ}$ 

## 🧖 داول آن نحل

أوجد ثياس الزاوية الموجهة (و) المشار إليها في كل شكل من الأشكال الآتية:



وار الكلب الجامعية



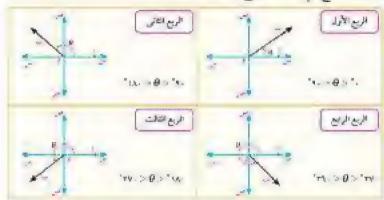




موقع الزاوية في المعتوى الإحداثي العقامة: ﴿ Angle's position in the orthogonal coordinate plane

الربع الأول الربع الثاني المربع الثاني المربع الأول الربع الثاني الربع الثالث الربع الثالث المربع الرابع الرابع الثالث المربع الرابع الثالث المربع الرابع المربع الرابع المربع الرابع المربع الرابع الثالث المربع الرابع المربع الرابع المربع الرابع المربع ا

◄ إذا كانت ك أ و ب الموجهة في الوضع القياسي والتي فياسها الموجب هو (Θ) فإن ضلعها النهاشي و ب يمكن أن يقع في أحد الأرباع:



﴾ إذا وقع الضلع النهائي و ب على أحد محوري الإحداثيات تسمى الزاوية في هذه الحالة بالزاوية الربعية (هاچهد استنه المنظيمين)، فتكون الزوايا التي فياساتها علم "م ١٨٠"، ١٨٠"، ٢٧٠" هي زوايا ربعية.

"ITO P

# STREET,

- ٢ عين الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا التي قياساتها كالآتي:

- 'riv u

🍑 الحل "4. > "6A > ". 1

فهي تقع في الربع الأول. فهي تقع في الربع الثالث.

"TV-> "TIV> "IA. 4

فهي تقع في الربع الثاني.

118-> 140> 9- 9

فهي تقع في الربع الرابع.

- "Y3-> "Y40> "YY- >
  - ه ۲۷۰ زاویة ربعیة.

## 🧓 جنول أن نجل

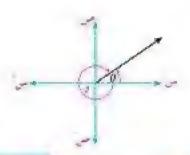
وللحظور

- 💎 عين الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا التي قياساتها كالآتي.

- "Yor ("
- 2 AA 1

# ◄ إذا كان (θ°) هو اللباس الموجب لزاوية موجهة فإن القياس السالب لها بساوى (0" - - ٣٦٠)

≥ و إذا كان (- 6") هو القياس السالب لزاوية موجهة فإن القياس الموجب لها يساوي (- 6" ٣٦٠٠")



# dân.

- عين القياس السالب لزاوية قياسها ٢٧٥°.
  - 🥮 الحل

القباس السالب للزاوية (٢٧٥°) = ٢٧٥° - ٢٦٠ = ٥٥٠° القباس السالب للزاوية (٢٧٥°) = ٢٦٠° - ٢٥٥° - ٢٦٠° التحقيق.

🧼 حاول آرر نحل

عين القياس السالب للزاويا التي فياساتها كالأتي:

"#30 B

مجموع القيمة المطلقة لكل من

الفامين الموجب والسالب

اللزاوية المرجهة يساوي ٢٩٠٠

\*\*\* · \*

\* ev. 📦

"FY [ ]

dillor

- ٤) عين القياس الموحب للزاوية -٢٣٥٠
  - 🥮 الحل

القباس الموجب للزاوية (- ٢٢٥°) = ٢٦٠° - ٢٢٥° = ٢٦٥° التحليق: |- ٢٦٥° | ١٢٥° | ٢٢٥° | ٢٦٠° - ٢٦٠°

- 🯺 خاول أن نجل
- عين القياس الموجب لكل زاوية من الزوايا الآتية:

D<sub>TT</sub> .\_ A

1117- 4

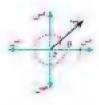
2 pt 1

🕥 الربط بالليات للرياضية: بدور أحد لاعبي القرص بزاوية فياسها ١٥٠ " ارسم هذه الزاوية في الوضع القياسي.

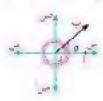
### Equivalent angles

الزوايا المتكافئة

تأمل الأشكال الأتية وحدد الزاوية الموجهة (6) في الوضع القياسي لكل شكل ماذا تلاحظ؛



شكل(٤)



شکل (۳)



شكل (۲)



شكل (١)

في الأشكال (٢)، (٢)، (٤) نلاحظ أن الزاوية (٦) والزاوية المرسومة معها لهما نفس الضلع النهائي و بَ.

شکا (۴) الزاويتان ۱۹۰، ۱۹۰۰ منگافتتان.

شكل ١١١ الزاوية التي قياسها θ في الوضع القياسي.

شكل (٣) الزاو بنان ٣٠٠ ٠ ٢٠٠ متكافتتان.

شكل (١٤): الزاو بنان  $\theta$  ،  $-(-7^\circ - \theta) = \theta - ^\circ 77^\circ$  متكافتنان

#### مما سبق تستنج أن:

عند رسم زاوية موجهة قياسها θ في الوضع القياسي فإن جميع الزوايا التي قياساتها:

و و ال ۲۱۰×۱±θ أو θ±۲۱۰×۲ أو الوسيد أو ۱۱۰٪ ۱۳۰ حيث ز هم.

يكون لها نقس الضلع النهائي، وتسمى زوايا متكافئة.

# dia

﴿ فِي الصَّامِ اللَّهُ اللَّهُ عَلَيْهِ اللَّهُ وَهِ فِي اللَّهُ وَيَ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ الرَّالِ يَتِينَ الآثيتين:

#### 🍅 الحّل

أ زاوية بقياس موجب: ١٢٠ - ٢٦٠ = ٤٨٠ (باضافة ١٣٦٠) زاوية بقياس حالب: ١٢٠ - ٣٦٠ - ٣٤٠٠ (علر ع ٢٦٠٠)

ب زاوية بقياس موجب: ٢٣٠٠ "٢٦٠ " (بإصافة ٣٩٠٠) زاوية بقياس سالب: -٢٢٠ " "٢٦٠ " = ١٩٠٠ " ليطرح ٢٠٠٠)

فكرزهل توجد زوايا أخرى بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب: اذكر بعض هذه الزوايا إن وجدت.

#### 🧎 حاول أن نحل

أوجد زاو بتين إحداهما بقياس موجب والأخرى بقياس سالب مشتركتين في الضلع النهائي لكل من الزوابا الآئية:

(م) اكتشف الحطأة جميع قياسات الزوايا الثالية مكافئة للزاوية ٧٥ في الوضع القياس ما عدا الإجابة: عدم ٢٨٥ في الوضع القياس ما عدا الإجابة: عدم ٢٨٥ في الوضع القياس ما عدا الإجابة:

# ج انجعم بين شكوتك

🕥 عين الربع الذي تقع فيه كل زاوية من الزوابا التي قباساتها كالآتي:

רק. ב "נון ב "ov. ד 'נון ב" "ot 1"

عين أحد القياسات السالبة لكل زاوية من الزوايا التي قياساتها كالآتي:

"rix & "q. 3 "ix> "rig 4 "gr 1

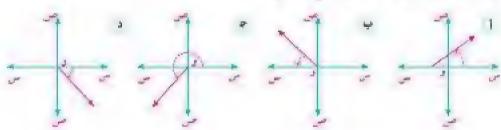
عين أصغر قياس موجب لكل زاوية من الزوايا الآتية:

"Ear- # "47. 4. "E40 P "710- 4 "07- 1

# 🤏 تمـــاريــن ٤ - ا

### ر آن آکسل:

- 1 تكون الزاوية الموجهة في وضع قياسي إذا كان
- 😐 يقال للزاوية الموجهة في الوضع القياسي أنها متكافئة إذا كان
- 🤊 تكون الزاوية موجبة إذا كان دوران الزاوية 💎 وتكون سالبة إذا كان دوران الزاوية .
  - إذا وقع الضلع النهائي للزاوية الموجهة على أحد محاور الإحدائيات تسمى
- إذا كان θ قياس زاو ية موجهة في الوضع القياسي. ن Θ صد قإن (θ ن ٣٦٠) تسمى بالزوايا .
  - أصغر قياس موجب للزاوية التي قياسها ٣٠٠ هو
    - الزاوية التي فياسها ١٩٣٠ ثقع في الربع
  - 🕏 أصغر قياس موجب للزاوية التي قياسها -٦٩٠ هو
    - أي من الزوايا الموجهة الآتية في الوضع القياسي



أوجد قياس الزاوية الموجهة θ المشار إليها في كل شكل من الأشكال التالية:



- عين الربع الذي تقع ليه كل من الزوايا التي قياساتها كالآتي:
- ግደ» ቀ "የየ» » " የነው ህ "የ<u>የ</u> 1



- ﴿ فِي عَمِعِ كُلًّا مِنِ الزوايا الآتية في الوصع القياسي، موضحًا ذلك بالرسم: 711.- 2 F10- 8
  - عين أحد القياسات السالبة لكل زاوية من الزوايا الآتية: \* 177 Y "AT 1
  - 4. V. 5 የተከቁ ው 978 4
  - ٧ عين أصغر قياس موجب لكل زاوية من الزاويا الآثية: "r\v- Y "\ar- |
    - له عنى الشكل المقابل: أيّا من الأزواج المرتبة الآتية تعبر عن زاوية موجهة في وضعها القياسي؛ لماذا؟
      - ا (وأ. وق) با (ور، وج)
      - ۶ (الله الله) ٥ (وها، وو)
      - ه (وي وز) و (وب وز)

- oV.- 3 F16- #

- . ﴿ يدور أحد لاعبي الجمياز على جهاز الألعاب بزاوية قياسها ٢٠٠ " ارسم هذه الزاوية في الوضع القياسي
- 💽 اكتشف للنطل اكتب قياس أصغر زاوية بقياس موجب وزاوية أخرى بقياس سالب تشتركان مع الضلع النهائي للزاوية (-١٣٥٠)

الجابة وياد

أصغر زاوية بقياس موجب = -١٨٥ - ١٨٠ - ١٤٥ أصغر زاوية بثياس موجب = ١٢٥٠ - ٢٦٠٠ - ٢٢٥ -أصغر زاوية بقياس سالب - ١٣٥٠ - ١٨٠٠ - ٢١٥٠ (أصغر زاوية بقياس سالب = ١٣٥٠ - ٢٦٠ = ٤٩٥٠

أي الإجابتين صحيح ؟ فسر إجابتك.

# القياس الستينى والقياس الدائري لزاوية

Degree Measure and Radian Measure of an Angle

4- 2

#### سوف لتعلم

- معهوم القباس الدائري للزاوية.
  - العلاقة بين القياس السنيني
     والقياس الدائري-
- الا كيمية إتعاد طول البرس في دائر قا



سبق أن علمت أن القياس الستيني ينقسم إلى درجات ودقائق وثوان، وأن الدرجة الواحدة - ٦٠ دثيقة، وأن الدقيقة الواحدة - ٦٠ ثانية.

هل توجد قياسات أخرى للزاوية؟

#### Radian Measure

#### القياس الدائري



 ارسم مجموعة من الدوائر المتحدة المركز كما في الشكل المقابل.

أوجد النسبة بين طول قوس أى زاوية مركزية
 وطول نصف قطر دائرتها المناظرة - ماذا تلاحظ؛

المناظرة تساوى مقدارًا ثابتًا. المناظرة تساوى مقدارًا ثابتًا.

آي أن: طول أرب علول أرب علول المب علول المب عدار ثابت.

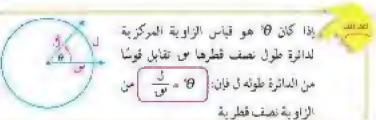
وهذا العقدار الثابت هو الخياس الداترى للزاوية. القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة - طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية ويرمز لها بالرمز (6))

#### المصطنجات الأساسيّة

- ه قباس منیس Degree Measure
- ه زامیهٔ نصیب اطریه Racken Angle

#### الأدوات والوسائل

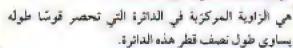
• ألة حابة فنها

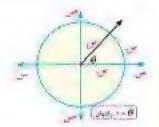


ووحدة قياس الزواية في القياس الدائري هي الزاوية النصف فطرية، و يرمز لها بالرمز (٩٠) و يقرأ واحد دائري (راديان).









تفكير بالتدريهل القياس الدائري لزاوية مركزية يتناسب مع طول القوس المقابل لها؟ فسر إجابتك.

(١١) دائرة طول نصف قطرها ٨ سم. أوجد لأقرب رقمين عشر بن طول القوس إذا كان قباس الزاوية المركزية التي تقابله يساوي س



ال = 10 - سيفة علول اللفوس ال = 10 - س بالتعریض عن  $\pi = 0$  مے  $\pi = 0$  نیکون  $\pi = 0$  من لاح  $\pi = 0$  نیکون الح

ک حلول ای تحل

🕥 أوجد طول القوس الذي يحصر الزاوية المعلومة في كل من الدوائر الآتية مفريًا الناتج لأقرب جزء من عشرة .







## العلاقة بين القياس الستيني والقياس الدائري لزاوية:

Relation between degree measure and radian measure of an angle

تعلم أن: قياس الزاوية المركزية لدائرة بساوي قياس قوسها.

أى أن: الزاوية المركزية التي فياسها السنيني ٢٦٠ يكون طول فوسها ٢ ١٦ س

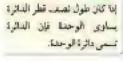
وفي هاثرة الوحيدة

فإن: ٦٣ (واديان) بالتقدير الدائري يكافئ ٢٦٠ والتقدير المشيش.

 $^{\circ}$ ائی  $^{\circ}$   $^{\circ$ 

إذا كان لدينا زاوية قباسها الدائري 6 وقباسها الستيني سُ قاِن:

$$\frac{i\theta}{\pi} = \frac{y}{\gamma_{A}}$$







الإن حول ۲۰ إلى قياس دائري بدلالة #.

🔴 الحا

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi \times ^{2} \gamma_{2}}{\gamma_{3/2}} = {}^{2}\theta$$

### 🧓 حاول آن نحل

الشكل المقابل يمثل قباسات بعض الزوايا الخاصة أحدها كُتب بالراديان (خارج الدائرة) والآخر كتب بالدرجات (داخل الدائرة). اكتب قياسات زوايا الشكل المقابلة أمام كل قباس زاوية مناظرة لها.

## ather.

(١٤) حول قياس الزاوية ٢٠، ١١ إلى قياس ستيني.

🥮 الدّل

وتستخدم الآلة الحاسبة على النحو التالي

. [2 [x]] | 18 | 6 | 4 | 7 | | = | \*m | 68° \*5 | 19,111

### 🤏 حاول أن نحل

😙 حول قباسات الزوايا التالية إلى قياس سيئيني مقربًا الناتج لأقرب ثانية:

1.811

ب ۲٫۱۰

24

"F. - 0 P

14. -0- 4

نوجد وحدا أخرى لقياس الزاوية وهي الجراد (Grad)

وتساوى سأنه من لباس الزاوية

إذا كانت مركاء ص عي قيامات ثلاث زوايا على النوالي بوحدات

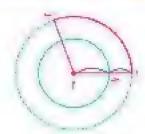
المدوجة والراديان والجراديان

# dia

أب المهمط بالمتعضاء: قمر صناعي بدور حول الأرض في مسار دائرى
 دورة كاملة كل ٢ ساعات، إذا كان طول نصف قطر الأرض يبلغ
 تقريبًا ١٤٠٠ كم وبعد القمر عن سطح الأرض ٢٦٠٠ كم. فأوجد
 المسافة التي يقطعها القمر خلال ساعة واحدة مقربًا النائج لأقرب كيلومتر.



#### 🥮 الحار



يبين الشكل المقابل المسار الدائري لحركة القمر:

· طول تصف قطر دائرة مسار القمر م ا = م ج + ج أ

يترم أ = ١٠٠٠ ما ٢٦٠ - ١٠٠٠ كم

"." القمر بقطع المسار الدائري (دورة كاملة) في ٣ ساعات، وهذا بقابل زاوية مركزية = ٢ ١٪

.". القمر يقطع قوسًا طوله أم محيط الدائرة في الساعة الواحدة، وهذا يقابل زاوية مركزية مركزية مركزية م

$$t_{\mathcal{S}} \circ \theta^{\circ} \circ \theta^{\circ} = \mathcal{S}$$

ننخلم فيغة فلي إلى القوسي

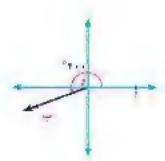
$$1 \cdot \cdots \cdot \frac{H^{\frac{n}{2}}}{r} = 0$$

 $1 \cdot \dots \cdot \frac{\pi^r}{r} = 0$   $\frac{2\Gamma^r}{r} = 0$   $\frac{2\Gamma^r}{r} = 0$ 

ل = ۲۰۹۱۱ کم

فِي اللهاب والشيقة يدور أحد لاعبي الجمباز على جهاز الألعاب بزاوية قياسها ٣٠٠٪. ارسم هذه الزاوية في الوضع القياسي وأوجد قباسها بالتقدير الدائري





ارسم محورين لإنشاء مستوى إحداثي متعامد ومتقاطعين في النقطة و. بقرض أن اللاعب بدور بزاو بة موجهة أو ب حيث:

∠ (اوب) = (وأ،ول) فيكون ق (∠اوب) =٠٠٠ .

 $"rv \cdot > "r \cdot > "the C'$ 

الصلح النهائي للزاوية يقع في الربع الثالث.

$$^{6}Y_{\gamma} \stackrel{\bullet}{\Sigma}^{h} \stackrel{\underline{\leftarrow}}{=} \frac{\mathcal{H} \times Y_{\gamma \gamma}}{h_{A \gamma}} \stackrel{\bullet}{=} {}^{b}Y_{\gamma \gamma}$$

### 🏝 حاول أن تحل

🚺 الربط بالطلقاب البياضية: لاعب اسكواش تحرك في مسار على شكل قوس طول نصف قطر داترته ١٠٤٤ متر وزاوية دوران اللاعب ٨٠ أوجد لأفرب جزء من عشرة طول هذا الفوس.

# الخفر مرزم كشك

التناعة: بدور قرص أله بزاوية قياسها - ٣١٥ أرسم هذه الزاوية في الوضع القياسي.

			أولًا: اختيار من متعدد،
	كافئ الزاوية التي قياسها:	ا ٦٠° في الوضع القياسي تأ	🕚 الزاوية التي قياسها
° <u>6</u> ₹ . 3	°₹ ₹	°۴٤. پ	*4*- 1
		مها 477 تقع في الربع:	٢ الزاوية التي قياء
ه الرابع		٣ الثاني	ا الأول
		ا <del>*****</del> تقع في الربع:	ع الزاوية التي قياسها
a الرابع	ج الثالث	۲ المانی	ا) الأول
يث ن عده الأضلاع، فإن قياس	تظم تساوی ۱۸۰ (ن – ۲) ۔	باسات زوايا أى مضلع من	إَنَّا إِذَا كَانَ مَجِمُوعٌ قُ
	باو ي:	منتظم بالفياس الدائري تم	زاوية المخمس الد
<u> </u>	Tr P	<u>πν</u> ψ	<u>#</u> 1
	وى:	ا <u>۳۷</u> قياسها الستيني بسا	﴿ إِنَّ الرَّاوِيةِ الَّتِي قِياسِهِ
" A£ - 3	*£¥, æ	.41. 2	1-0 1
	إن قياسها الدائري بساوي:	تبني لزاوية هو ٤٨ ً ١٤ أ	٦ إذا كان القباس الس
# . TT 3	# - , \A 🐣	11,77 9	1-15A 1
۳۰ پساری:	نابل زاوية مركزية قياسها ،	ارة طول قطرها ٢٤ سم و يا	<ul> <li>(٧) طول القوس في دائ</li> </ul>
₹ # C 3	π :	# #T 4	( ATT ]
مركز ية فياسها يساوى:	فتطرها داسم يقابل زاوية	ا السم في دائرة طول نصف	﴿ أَمْ القوسِ الذِّي طُولِهِ ﴿
" 1 <sub>1</sub> ,5 <sub>1</sub> ,	14 c 17	۰٦. ب	"f = 1
ل القياس الدائري للزاوية الثالثة	ن زاو ية أخرى فيه 🎢 قإز	ی زاو یا مثلث °v° وفیا۔	قِ إذا كان قياس إحد
<u>ж</u> о. а	# *	Ą ·	یساوی: 1 <del>ک</del>

#### ثانيا، أجب عن الأسئلة الأثية؛

💽 أوجد بدلالة # القياس الدائري للزوايا التي قياساتها كالأتي:

\*TE. 4 "TTO ]

Py ... 3 9170- E

WA. 9 "79. A

أَنَّ أُوحِد القياس الدائري للزوايا التي فياسانها كالآتي. مقريًا النائج لثلاثة أرقام عشرية: "13. 0. LA + TO IA Y 607.7 1

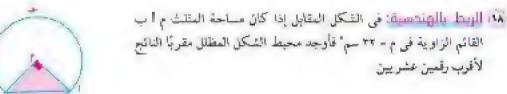
أوجد القباس الستيني للزوايا التي قياساتها كالآني، مقربًا الناتج لأقرب ثانية:
 ١٠ ١٩٠٠ ١٠

١١٠ إذا كان 6 قياس زاوية مركزية في دائرة طول تصف قطرها من وتحصر قوسًا طوله ل:

 إذا كان س و ٢٠ سي. Θ و ٢٠ هـ ا ٧٨ أوجد ل. (الأقرب جزء من عشرة)

∀ إذا كان ل = ۲۷, ۳ سم، θ = ۲۲ ، ۸۸° أوجد نو. (لأقرب جزء من عشرة)

- ١٤ زاوية مركزية قياسها ١٥٠ وتحصر قوسًا طوله ١١ سير، احسب طول نصف قطر دائرتها (الأقرب جزء من عشرة)
- (١٩) أوجد القياس الدافري والقياس السنيني للزاوية المركزية التي تقابل قوسًا طوله ٨٨٧ سم في دائرة طول نصف قطرها ٤ سم.
- 🕦 الربط بالبهندسة. مثلث قياس إحدى زواياه ٦٠° وقياس زاوية أخرى منه يساوى 🎢 أوجد القباس الدائري والقياس الستيني لزاويته الثالثة.
- 😗 البيط بالهندسة: دائرة طول نصف قطرها ٤ سو، رسمت 😸 ب جد المحيطية التي قياسها ٢٠ أوجد طول القوس الأصغر آج

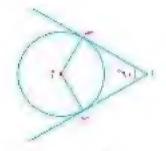




- الربط والهندسة: آب قطر في دائرة طوله ٢٤ سم ، رسم الوثر آج بحيث كان ق( \ باج) = ٥٠٠ أوجد طول القوس الأصغر آج مقربًا التائج لأقرب رقبيين عشريين.
- العقرب ٦ سم؟
- قطف: قمر صناعي يدور حول الأرض في مسار دائري دورة كاملة كل ٦ ساعات، فإذا كان طول نصف قطر مساره عن مركز الأرض ٩٠٠٠ كم، فأوجد سرعته بالكيلومتر في الساعة.

### 📆 الربط بالهندسة: ني الشكل المتابل:

آب، آج معاسان للدائرة م، ق ( \ جاب ) = ٢٠ ، أب = ١٢ سم. أوجد لأقرب عدد صحيح طول القوس الأكبر بج.



- المعط المعالى المعالى المعالى المراولة الشمسية المحديد الوقت أثناء النهار عن خلال طول الفلل الذي يسقط على سطح مدرج الإظهار الساعة وأجزائها، فإذا كان الظل يدور على القرص بمعدل ٢٠٥ لكل ساعة.
- 1 أوجد قياس الزاوية بالراديان التي يدور الظل عنها بعد مرور ٤ ساعات.
  - 🎍 بعد كم ساعة بدور الظل بزاوية قياسها 🏪 راديان؟
- مزولة طول نصف قطرها ٢٤ سم، أوجد بدلالة π طول القوس الذي يصنعه دوران الظل على حافة
   القرص بعد مرور ١٠ ساعات.
- إفاق الفشير المنتقيم يصنع زاوية فياسها # في الوضع القياسي لدائرة الوحدة مع الانجاء الموجب لمحور السينات. أوجد معادلة هذا المستقيم.

# الدوال المثلثية

# Trigonometric Functions

#### سوف تتعلم

- و وال المأثر حاط،
- » الأنوال للأفية الأساسة.
- 4 طلوبات الدوال المنابة الأساسية.

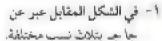
¥ - 2

- و إشارات الدوال التعلية.
- الدوال المثلقة ليعطى الزوالة
   الحاصة.

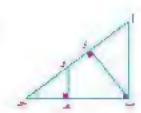


حبق أن درست النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة. وفي كأب جد القائم الزاوية في ب تجد:





- \* هل تشاوي هذه النبي: فيمر إجابتك.
  - 🖈 ماذا تستنتج؛



## المصطلحات الأساسية

- Trigonomieriai Function (\_12a 25a 4
- Size specific
- Coane (\*\* h-m\*\* \*\*
- Tangum Jib s
- Consumi हाई की व
- teopera julia i e
- Cottangem / 2 14 1

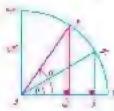
# للحظ أن

المثنثات ب أج ، هـ و ج ، و ب جـ متشابهه (لماذا) "

أي أن: النسبة المثلثية للزاوية الحادة نسبة ثابتة لا تتغير إلا إذا تغيرت الزاوية نقسها.

#### الأدوات والوسائل

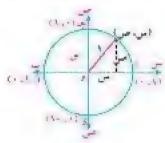
٥ ألة حاجة علية.



۲ یبین الشکل المقابل ربع دائرة طول نصف قطرها می سم حیث: ق ( ∑ی و ج.) - θ
 جا Θ - ج. ق
 وعندما یزداد ق ( ∑ی و ج.) إلی α
 قإن جا α - گلـ
 قإن جا α - گلـ

أى أن النسبة المثلثية لزاوية تتغير يتغير قياس زاويتها. وهذا ما يعرف بالدوال المثلثية.

دالرة المحدة The unit circle



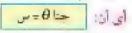
- لى أي نظام إحداثي متعامد تسمى الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها يساوي وحدة الأطوال بدائرة الوحدة.
- دائرة الوحدة تقطع محور السينات في النقطتين أ (٠٠١)، ب (٠٠١٠). وتقطع محور الصادات في النقطتين جـ (٠٠٠)، ي (٠٠-١).
  - إذا كان (س، ص) هما إحداثيا أي نقطة على دائرة الوحدة فإن: س ∈ [۱۰،۱] ، ص ∈ [۱۰،۱].

نقل به النافي ب حيث سي ١٥٠٠ ص

الدوال المثلثية الأساسية للزاوية The basic trigonometric functions of an angle

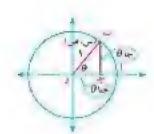
لأي زاوية موجهة في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب(س، ص) وقياسها θ يمكن تعريف الدوال الآتية:

١- جيب نمام الزاوية θ = الإحداثي السيني للنقطة ب



٢- جيب الزاوية θ = الإحداثي الصادي للنقطة ب

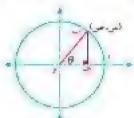
الإحدالي الصادي للنقطة ب الاحدالي الصني للنقطة ب الاحدالي السني للنقطة ب



للحظ أن يكتب الزوج المرتب (س، ص) لأى نقطة على دائرة الوحدة بالصورة (جتا 6، جا 6) إذا كانت النقطة جـ (٣٠٠ عُـ) هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهه قباسها 6 مع دائرة الوحدة فَإِنْ: حِنا اللهِ عَلَى ا

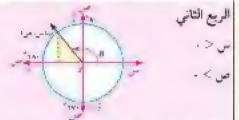
مقلوبات الدوال الأساسية The reciprocals of the basic trigonmetric functions

الأي زاوية موجهة في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب(س، ص) وقياسها Ø توجد الدوال الآثية.



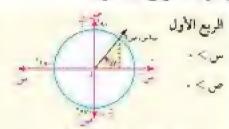
- ا- قاطع الزاوية θ: قاθ ال عنا حيث س ≠ -
- ٢- قاطع تمام الزاوية θ: قنا θ أب ما عا عا حيث ص ≠.
- + ظُلُ تمام الزاوية  $\theta$ : ظُنّا  $\theta = \frac{\pi}{2} = \frac{1}{400}$  حيث ص  $\pm$

#### The signs of The Trigonometric Functions



الضلع النهائي يقع في الربع الثاني لذلك دالة الجيب ومقلوبها تكونان موجيتين وباقي الدوال حالبة.

#### إشارات الدوال المثلثية



الضلع النهائي للزاوية يقع في الربع الأول. الذلك كل الدوال المثلثية للزاوية الني ضاحها النهاش رت تكون موجية

# الربع الرابع

ص < -

النسلع النهائي للزاوية بقع في الربع الرابع لذلك دالة جبب التمام وطلوبها تكونان موجبتين. وباللي الدوال حالية.

## الربع الثالث

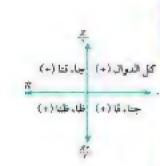
س < ،

ص < .

الضلع النهائى للزاوية يقع ألى الربع الثالث الذلك دالة الظل ومقلوبها تكونان موجبتين. وباقى الدوال سالية.

# و يمكن تلخيص إشارات الدوال المثلثية جميعها في الجدول الأتي:

	إشارات الدوال المثلثية		الفترة التي يقع فيها	الربع الذي يقع فيه	
*	ظا، ظنا	جنا، فا	جا، قنا	قياس الزاوية	الضلع النهائي للزاوية
كل الدوال (+) جاء تنا (+)	+	+	+	<del>                                    </del>	الأول
ر الله الله (+) الله الله (+) الله الله (+) (+) الله الله (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+)	-	_	+	$R \sim \frac{R}{r}$	الثاني
	+	_	_	$\left  \frac{\pi^{\pi}}{\tau} \right  \cdot \pi$	الثالث
Ø.	_	+	_		الموابع



- عين إشارة كل من النسب المتلثية الآتية: " htt - has 1
- ٣ ظاماء"

("F -- ) 15 · 4

🥮 الحل

الزاوية التي قياسها ١٣٠ تقع في الربع الثاني

 الزاوية التي قياسها ٣١٥ تقع في الربع الرابع رز فيا ٢١٥ سائية

٢٩٠ - ٣٦٠ - ٣٦٠ - ٢٩٠ تكافى ، زاو بة قياسها ١٥٠ - ٣٦٠ - ٣٦٠"

.". الزاوية التي فياسها ١٥٠° تقع في الربع الرابع ال جنا ١٦٠ موجية.

٥ الزاوية التي قباسها (٢٠٠٠) يَكَافَئ زاوية قباسها ٢٠ "٢٠٠٠ "٢٢٠٠٠"

الزاوية التي قياسها (٣٠٠) - تقع في الربع الرابع . '. قا ("۲۰−) انه جية.

#### الله واول أن نجل

عين إشارة كل من النسب المثلثية الأتية:

"T1. (== 1 "VE- - -الا خال المالات المالات

# Him

😯 إذا كانت 🛆 أو ب في وضعها القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب وقياسها 6. أوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية أو بإذا كان إحداثيا النقطة بهي:

ج (-س، س) ب (<del>ن</del> مس) (1-1-) 1 حيث س > ۰ ، ص > ۰

🔵 الخِل

 $1 = \theta$  (غير معرف)  $\frac{1}{2} = \theta$  (غير معرف)

ب س'-ص'=١ (مثرة الوحدة) ، بالتعويف عن س= اله

اص = ١ - ١ = 🖟 ( المراج على المراج المساكون المراج على المراج ا

 $\cdot < \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} = 0$ . ص =- المج الأ مرفوض)

 $1 = \theta$  is  $\frac{1}{\tau \sqrt{\tau}} = \theta$  is  $\frac{1}{\tau \sqrt{\tau}} = \theta$  is.

 $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0$   $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0$ 

 $1-=\theta$  ف برا $\theta=0$  ، جا $\theta=0$  ، خا $\theta=0$  نا $\theta=0$ 

 $\theta$  إذا كانت  $au \cdot au < 0 > au \cdot au$  وكان جا  $au = -rac{1}{2}$  أوجد جميع النسب المثلثية الأساسية للزاوية التي قياسها au

## 🍅 الخل

نفرض أن و (ك أو ب) = 6 حيث 6 في الربع الرابع

وأن إحداثين النقطة ب هما (س، ص)

. ص = جا 9 = - من ، س = جنا 0 حيث جنا 6 > ٠

 $1 + \left(\frac{a-1}{a}\right) + \theta$  ' $\frac{a-1}{a}$ '.  $1 + \frac{a-1}{a}$ 

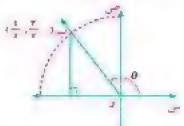
 $\frac{17}{17} = \theta$  is  $\frac{17}{17} = \theta$  is  $\frac{16}{17} = \theta$  is  $\frac{166}{173} = \theta$  is  $\frac{1}{173} = 1 = \theta$  is  $\frac{1}{173} = 1 = \theta$  is  $\frac{1}{173} = \frac{1}{173} =$ 

$$\frac{17}{9} = \theta \text{ is}$$
  $f(1814) = \frac{17}{15} = \theta \text{ is}$ 

#### 🧸 علول أن تعل

وا المالات ۱۹  $\theta>0$  ۱۸۰ مجا  $\theta=rac{1}{2}$  أوجد جنا  $\theta$ . ظا $\theta$  حيث  $\theta$  زاوية في وضعها القياسي في دائرة الوحدة.

﴿ إِذَا كَانَتَ الزَّاوِيةِ التِي قِياسِهِا θ و المرسومة في الوضع القياسي، و ضلعها النهاشي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب $(-\frac{1}{6}, \frac{2}{6})$ , فأوجد جميع النسب المثلثية للزاوية  $\theta$ 



$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r} = \theta \text{ is } , \quad \frac{\tau}{1} = \frac{\tau}{p} = \theta \text{ is } , \quad \frac{1}{p} = \theta \text{ is }$$

$$\frac{\tau}{1} = -\frac{\tau}{1} = \theta \text{ is } , \quad \frac{2}{\tau} = -\frac{2}{\tau} = \theta \text{ is }$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\tau}{p} = \theta \text{ is } , \quad \frac{2}{r} = \theta \text{ is }$$

### 🥦 عاول أن تحل

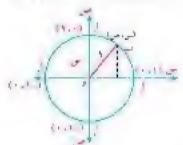
( au) أوجد جميع النسب المثلثية للزاوية التي فياسها heta المرسومة في الوضع القياسي، و ضلعها النهاثي يقطُّع دائرة الوحدة في النقطة ب حيث:

$$\left(\frac{1}{NT}i\frac{NT}{NT}\right)$$
  $\downarrow$   $\stackrel{\mathcal{P}}{\sim}$ 

$$\left(\frac{1}{0} - i\frac{7}{0}\right) \downarrow \Psi$$

$$(\frac{\lambda \tau}{2\tau}, \frac{\delta}{2\tau}) = 1$$

### الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة The trigonometric functions of some special angles



في الشكل المقابل: قطعت دائرة الوحدة محوري الإحداثيات في القاط 1. (1-1) 1. (-1) 1. (-1) 1. (-1)

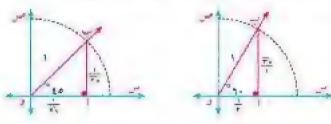
وكانت heta قياس الزاوية الموجهة أ و ب في وضعها القباسي، والذي يقطع ضلعها النهاشي و ب دائرة الوحدة في ب.

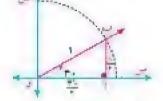
(۱۰ ما ۱۰ م)

رابغًا: إذا كانت 
$$\theta = {Tr \over \tau} = {TVr} = \theta$$
 فإن: ب $(1-r)$  فإن عرف (غير معرف) جنا  ${Tr \over \tau} = {TVr} = {1 \over \tau}$  (غير معرف)

#### الله داول أن نحل

🚯 في الأشكال التالية حدد إحداثين التقطة ب لكل شكل واستنتج الدوال المثلثية لقياسات الزوايا ٣٠٠٠، ٦٠٠، ١٥٣





### dia

- (فَ) أَثِيتَ يدونَ استخدام الآلة الحاسبة أن: جا ٦٠ " جنا ٢٠ " جنا ٦٠ " جا ٣٠ " = جا" ٤٠ "
  - 💜 الجل

$$\frac{1}{4} = {}^{4}R \cdot \frac{1}{4} = {}^{4}R \cdot \frac{1}$$

$$| 111 \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{r}{4} = \frac{1}{r} \times \frac{1}{r} \cdot \frac{\overline{r} \setminus r}{r} \times \frac{\overline{r} \setminus r}{r} = \frac{1}{r} \times \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\overline{r} \setminus r}{r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{$$

(1) 
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{1}} \right) = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

من (١١. (٣) ١٠ الطرفان متساويات

## ه خاول آن تحل

- (ع) أوجد قيمة: ٣ جا ٣٠ جا ٢٠ جنا ٠ قا ٣٠ جا ٢٧٠ جنا ٥٤٠
- نفك الفك المقت إذا كانت الزاوية التي فياسها  $\theta$  مرسومة في الوضع القياسي، وكان جنا  $\theta = \frac{1}{7}$  ، جا  $\theta = \frac{1}{7}$  هل من الممكن أن يكون  $\theta = 117$  وضع ذلك.

# 🕏 ندون بين معرت

أثبت صحة كلُّ من المتساويات التالية:

$$\frac{\pi}{\epsilon}$$
"  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$  "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$  "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "  $1 + -\frac{\pi}{\epsilon}$ "

# 🚷 تمارین ۲-۳ 🎨

## أولا: الاختيار من متعدد:

11

(أ) إذا كان  $\theta$  قياس زاوية في الوضع القياسي و ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  فإن جا  $\theta$  تساوي.

 $\frac{1}{4}$  3  $\frac{1}{4}$  3.

ا الله کانت جا heta حیث heta زاویة حادة فإن heta تساوی heta

°q, a °q, ₹ °εο ₹ °q-1

از کانت جاheta=-۱، جتاheta=۱ فإن heta تساوى heta

 $\pi \tau$   $\Rightarrow$   $\frac{\pi c}{\tau} \Rightarrow \pi \varphi$   $\frac{\pi}{\tau} \uparrow$ 

رق) إذا كانت قتا θ= ٢ حيث θ قياس زاوية حادة فإن θ تساوى 1 د١٠ - ب ٢٠٠٠ عن ٢٠٠٠

و ا اذا کانت جنا  $heta=rac{1}{r}$  ، جا  $heta=-rac{1}{r}$  فإن heta تساوى

 $\frac{\pi v}{1}$  is  $\frac{\pi v}{\tau} \neq \frac{\pi v}{1} + \frac{\pi v}{\tau} = 1$ 

ر ادا كانت ظا θ = ۱ حيث θ زاوية حادة موجية فإن θ تساوي

"1, 2 "10 ₹ "r. ₩ "1. 1

- ن اذا کانت جنا  $\theta = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}$  حیث  $\theta$  فیاس زاو به حادهٔ فإن جا  $\theta$  تساوی  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$  د  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$  د  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$  د  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

## فانهًا: أجب عن الأسنفة الأتية:

 (٩) أوجد جميع الدوال المثلثية لزاوية قياسها Θ المرسومة في الوضع القياسي، وضلعها النهائي بقطع دائرة الوحدة في النقطة

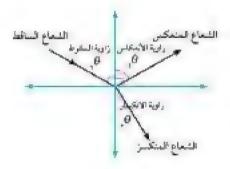
 $(\frac{1}{2},\frac{\tau}{2}) \quad 2 \quad (\frac{1}{7},\frac{\overline{\tau} \setminus \rho}{\overline{\tau}}) \quad 7 \quad (\frac{\overline{\tau} \setminus \rho}{\tau},\frac{\overline{\tau} \setminus \rho}{\overline{\tau}}) \quad \varphi \quad (\frac{\overline{\tau} \setminus \rho}{\overline{\tau}},\frac{\tau}{\tau}) \quad 1$ 

- إذا كان θ هو قياس زاويه موجهة في الوضع القياسي، وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة
   المعطاه فأوجد جميع الدوال المثلثية لهذه الزاوية في الحالات الآئية:
  - · < ا نا (۱۲ ۱۵) حيث ا > -
  - $\pi \tau > \theta > \frac{\pi \tau}{\tau} \stackrel{\leftarrow}{\longrightarrow} (|\tau t|^{\frac{\tau}{\tau}}) \quad \forall$ 
    - ١٩١١ اكتب إشارات النسب المثلثية الآتية:
  - الا قاء الق ا " القاء الق"
- ا جها ۱۳۱۰

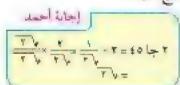
. -

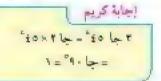
1 to 1

- #1 16 A
- 1 1 1 5 b
- (١٧) أوجد تيمة ما بأتي:
- $\frac{\pi}{r} \mid_{\mathbf{F}} \times \frac{\pi r}{r} \mid_{\mathbf{F}} + \cdot \cdot \mid_{\mathbf{i} \neq r} \times \frac{\pi}{r} \mid_{\mathbf{i} \neq r} \quad 1$
- ٠٩٠ 'لهـ + "١٥ 'لهـ ٢٠ '١٥ '
- الإيط بالتعزيف عند سقوط أشعة الضوء على سطح شبه شفاف، فإنها تتعكس بنفس زاوية السقوط ولكن البعض منها ينكسر عند مروره خلال هذا السطح. كما في الشكل المجاور:
- $T_1 = \theta$  ,  $T_2 = \theta$  ,  $T_3 = \theta$  ) کانت ك  $T_3 = \theta$  ,  $T_4 = \theta$  . فأوجد قياس زاو ية  $\theta$  .



(١٤) اكتنشف الخطأ: طلب المعلم من طلاب الفصل إيجاد ناتج ٢ جا ١٥٠.





أى الإجابتين صحيح اولماذا!

(ق) تفكيو تلقت إذا كانت  $\theta$  قياس زاوية مرسومة في الوضع القياسي، حيث ظنا  $\theta=1$ ، قنا  $\theta=7$ . هل من الممكن أن يكون  $\theta=\frac{2\pi}{3}$  افسر إجابتك.

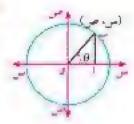
# الزاويا المنتسبة

# Related Angles

# وَدِر و رامين

تبنوف تتعلم

- العلاقة بين النوال لشقية للزاريتين الله ١٨٠ ° ١١٥
- العلاقة بين الدرال للثلثية
- الراويون الدام ٢٦٠ 0
- العلاقة بين العرال التلاية للوازيتين العامة أ ما الله التلاية
- المعارفة بين النبر ال الأفاداء - المعارفة بين النبر ال الأفاداء
- للزاريدن في ١٧٠ ١٥
- العاطل العام لشعادالات المثاثية التي
  - مل الهيورة:
  - Blan 0 +
  - தித்த முடிக்
  - 月达=市16 \*



عبَّن النفطة با صورة النقطة ب بالانعكاس حول محور الصادات، واذكر إحداثيها.

ما قياس ك أ و با اهل ك أ و ب ا في الوضع الفياسي ا

سبق أن درست الانعكاس وتعرفت على خواصه .

يبين الشكل المقابل الزاوية الموجهة أوب في الوضع

القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

 $^{\circ}$ ۱۰ >heta >  $^{\circ}$   $^{\circ}$   $^{\circ}$   $^{\circ}$   $^{\circ}$   $^{\circ}$   $^{\circ}$ 

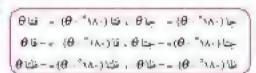
 $(\theta = 1 \lambda - 1)$  .  $\theta$  المعكنية لأى زاويتين قياسيهما  $\theta$  .  $(\lambda - 1)$ 

من الشكل المقابل ب (س). ص) صورة النقطة ب(س،ص) بالاتعكاس حول محور الصادات فيكون س = س، ص = -ص

الذلك فإن:

الوصطلحات الأساسية

ع زاریدان مصبحه Belated Angles - ناویدان مصبحه



 $\frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{$ 

الأدوات والوسائل

ه آلة حاب تعليم

🥏 جاول این نجل

١٥٠ أوجد ظا ١٣٥٠ ، جا ١٣٠٠ ، جتا ١٥٠٠

 ${}^{\bullet} \Lambda \Lambda \cdot = (\theta - {}^{\circ} \Lambda \Lambda \cdot) + \theta \qquad \text{with Earth}$ 

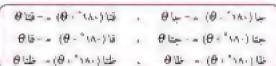
يقال إن الزاوينين heta . ۱۸۰ - heta و اويتان مسينان.

الزاوينان المتسينان هما زاوينان الفرق بين فياسيهما أو مجموع والمرافي عددًا صحيح من القوائم.

#### θ الدوال المتلئية لأى زاويتين قياسيهما Θ (+ + "1A+)

### في الشكل المقابل نجد:

ب (س) ص) صورة النقطة ب(س، ص) بالانعكاس في القطة الأصل و فيكون ساء -س، صاء -ص الذالك فان:



#### right ...

$$\frac{1}{7} - = {}^{1}T \cdot \log - = ({}^{1}T \cdot {}^{2}\Lambda \cdot) \log = {}^{1}T \cdot \log - \frac{1}{2} \log - \frac{1}{2}$$

#### 🍅 حاول ان نجل

(٧) أوجد حا ٢٠٠ ، جنا ٢٠٠ ، قا ١٠٠ ، فأنا ٢٠٠.

# $(\theta - *۲۱۰)$ . $\theta$ الدوال المثلثية لأى زاويتين قياسيهما $\theta$ . (\*۲۱۰)

## في الشكل المقابل:

ب/(س/، ص/) صورة النقطة ب(س، ص) بالاتعكاس حول محور السيئات فيكون س عس مس - ص لِدُلِكِ فَإِنْ:

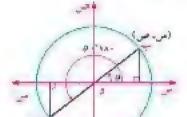
$$\theta$$
 |  $\theta$  |

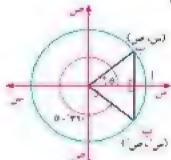
### المتأزا

### ی حاول آل تحل

(١) أوحد: حا ١٦٥ ، قا ٢١٥ ، ظا ٢٠٠ ، ظا ٢٠٠

تَفَكِيرِ نَافَدَ: كِفَ بِمَكَنَكُ إِيجَادُ جَا (٢٠٠) . جَا (٢٠٠) . فَا (٢٠٠) . جَا ١١٠".





المنوال المثلية لنزاوية (heta) عي نفسها المرال المثلثية (B-\*43-)=04)

# dian

- () بدون استخدام الآله الحامية أوجد فيمة المقدار حا ١٥٠ حتا (٢٠٠٠) - حتا ٩٣٠ غلتا ٢٤٠
  - 🥟 الخار

$$\begin{array}{lll} \dot{\gamma} &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=& (7.4) &=$$

- 🧓 حاول ان نحل
- (۱) أثبت أن جا ۲۰۰ جتا ( ۳۰) ، جا ۱۵۰ چنا ( ۴۶۰) عنا ( ۱۵۰
- € الدوال المثلثية لأي زاويتين قياسيهما Θ ٩٠٠) .

يبين الشكل المجاور جزءًا من دانرة مركزها و.

الزاوية التي قياسها 6 مرسومة في الوضع القياسي لدائرة طول تصف

قطرها س.

من تطابق المثلثين وأب، وجاب:

لذلك يمكن استنتاج جميع الدوال المثلثية للزاويتين heta . (٩٠° - heta)

# dia

إذا كانت الزاوية التي فياسها  $\theta$  في الوضع الفياسي، ويمر ضلعها النهائي بالنقطة  $(\frac{1}{6},\frac{1}{6})$  فأرجد الدوال المثلثية: جا ( ١٠ \* –  $\theta$  ) . خلتا ( ١٠ \* –  $\theta$  )

## 🥮 الحل

$$\frac{r}{r} = (\theta - 1) \downarrow r \qquad \theta \downarrow r = (\theta - 1) \downarrow r \qquad r$$

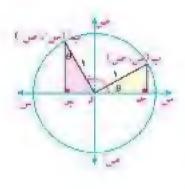
$$\frac{\epsilon}{\tau} = (\theta - 1)$$
 this is  $\theta = (\theta - 1)$  this is

# هُ جاهِل أَن تُحَلَّ

# $(\theta + 14.)$ . $\theta$ الدوال المثلثية لأى زاويتين قياسيهما $\theta$ . (-4.7)

ومن ذلك يمكن استنتاج جميع الدوال المثلثية للزاو يتينθ. (٣٠٠ ، θ) كالآتي:

$$\begin{aligned} \theta \ddot{b} &= (\theta - ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} + (\theta + ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} \\ \theta \ddot{b} &= (\theta + ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} + (\theta - ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} \\ \theta \ddot{b} &= (\theta + ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} + (\theta - ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} \\ \dot{d} \ddot{b} &= (\theta + ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} + (\theta + ^{\circ} 4 \cdot) \dot{b} \end{aligned}$$



# distant.

- ن القال كانت الزاوية التي قياسها  $\theta$  في الوضع القياسي يمر ضلعها النهائي بالنقطة  $(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{4}}{4})$  أوجد الدوال المثلثية ظا (٣٠٠  $\theta$ ) ، قنا (٣٠٠  $\theta$ )
  - 🥶 الحل

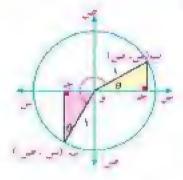
$$\frac{\widehat{T} \setminus \psi}{\widehat{T}} = \frac{1}{\widehat{T} \setminus \psi} \cdot = (\theta \cdot \hat{A} \cdot \hat{A}$$

# هِ داول أن تجل

# - الدوال المثلثية لأي لزاويتين قياسيهما θ . (۲۷۰ - θ)

لذلك يمكن استنتاج جميع الدوال المثلثية للزاويتين θ. (٠٤٠٠) كالأتي:

$$\begin{aligned} \theta & \forall i = -(\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } & \theta & \forall i = -(\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } \\ \theta & \forall i = -(\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } & \theta & \forall i = -(\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } \\ \phi & \forall i = -(\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } & \theta & \forall i = (\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } \\ \theta & \forall i = (\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } & \theta & \forall i = (\theta - \text{`rv} \cdot) \text{ is } \end{aligned}$$



إلى إذا كانت الزاوية التي فياسها heta المرسومة في الوضع القياسي يعر ضلعها النهائي بالنقطة  $(rac{\overline{Y}}{r},rac{\overline{Y}}{r})$  فأوجد الدوال المثالية: جنا (٢٧٠) . ظنا (٢٧٠)

#### الحل

🧓 خازران الحل

$$\frac{1}{\tau} = \frac{r}{1} = (\theta - {}^{\circ} \tau v -) = 1$$
  $\theta = -1$   $\theta = -1$ 

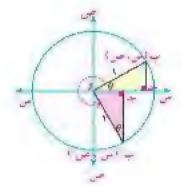
$$\frac{1}{TV} = \frac{T}{TVT} = (\theta - {^{\circ}}TV \cdot) \stackrel{\text{def}}{=} \dots \qquad \theta \stackrel{\text{de}}{=} = (\theta - {^{\circ}}TV \cdot) \stackrel{\text{def}}{=} \dots$$

(γ) في المثال السابق أوجد ظا (۲۷۰ ° ۰ θ). قتا (۲۷۰ ° θ)

# $(\theta + \text{"TV-})$ . $\theta$ الدوال المثلثية لأى زاويتين فياسيهما $\theta$ .

من تطابق المتلثين: ب حا و، و جاب

لذلك بمكن استنتاج جميع الدوال المثلثية للزاو ينين heta ، (٥٠٠ - heta: 585



آبًا إذا كانت الزاوية التي قياسها 6 في الوضع القياسي بمر ضلعها النهائي بالنقطة (﴿ ﴿ ، ﴿ ) فَأُوجِد الدوال المثلثية: (0+ "TV-) 13 . (0+ "TV-) -

🥟 الحار

$$\frac{\overline{a} \gamma_{r}}{r} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r} \cdot}{\theta \downarrow_{r}} = \frac{(\theta + {}^{\circ} t V \cdot) \downarrow_{r}$$

🧓 حاول آن تحل

(٨) في المثال السابق أوجد ظتا (٣٧٠ \* Θ) ، قتا (٣٧٠ \* Θ).

# (eta العل العام للمعادلات المثلثية التي على الصورة؛ (eta = lpha ها lpha قتا eta، خات eta

General solution of trigonometric equations as the form  $(\tan(\alpha) = \cot(\beta), \sec(\alpha) = \csc(\beta), \sin(\alpha) = \cos(\beta))$ 



سيق أن درست أنه إذا كان α. هما قياسا زار بنين متنامنين (أي مجموع قياسيهما ١٠٠) فإن جا α - جناهر،  $^{\circ}$ قا lpha - قتاeta، ظا lpha - ظتاeta ومن ذلك فإن lpha + eta - lpha - lpha خيث lpha د واو يتان حادثان فإذا كانت جا فما هي قيم زاوية 8 المتوقعة؛



ا - إذا كان جا 
$$\alpha$$
 - جنا $\beta$  (حيث  $\alpha$  قياسا زاو ينين متنامنين) فإن:

$$\frac{\pi}{r} = \beta \cdot \alpha$$
 (b)  $\beta = \frac{\pi}{r} = \alpha$  (c)  $\beta = \frac{\pi}{r} = \alpha$  (c)  $\beta = \frac{\pi}{r}$ 

$$\frac{\pi}{\tau} = \beta \cdot \alpha$$
 (c)  $\beta \cdot \frac{\pi}{\tau} = \alpha$  (d)  $(\beta \cdot \frac{\pi}{\tau}) = \alpha + \alpha$ 

عندما جا
$$\alpha = +3$$
 فإن  $\alpha = \beta \pm \alpha$  فإن  $\beta = -3$  عندما جا $\alpha = -3$  فإن  $\alpha = -3$  بالمثل:

$$(-2\pi)^{-1}$$
 فإن  $\alpha$  فإن  $\alpha$  الميث ن  $\alpha$  مندما قتا  $\alpha$  الميث ن  $\alpha$  فإن  $\alpha$  الميث ن  $\alpha$  مندما قتا  $\alpha$  الميث ن  $\alpha$  مندما قتا  $\alpha$  الميث ن  $\alpha$ 

$$\frac{Rr}{r} = \beta + \alpha$$
 رمن ذلك فإن:  $\beta - \frac{Rr}{r} = \alpha$  اي  $(\beta - \frac{Rr}{r})$  فلا  $\alpha$  فلا  $\alpha$ 

# وياضافة ١١٦٠ (حيت يا كامر ، إلى الزاوت 4. ت فإن:

$$\pi$$
 نا $eta$  ناز $eta$  ن

# distr

- 🔞 أحل المعادلة: جا ٢ 🗗 جتا 🖯

ن 
$$\theta \pm \theta = \frac{\pi}{\tau} \cdot \pi \tau$$
ن (ن  $\theta \to 0$ ) ويَعْرِيفُ الْمَعَادَلَةُ

ن ن ست 
$$\frac{\pi}{4} = \theta$$
 ن ای آن:  $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$   $\pi$ 

$$5\pi\tau + \frac{\pi}{4} = \theta$$
 (7)  $\delta = 5\pi\tau + \frac{\pi}{4} = \theta - \theta \tau$ 

حل المعادلة عو: 
$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$$
ن أو  $\frac{\pi}{4} - \pi$ ن

# 🧓 علول أن تحل

🕙 أوجد الحل العام لكل من المعادلات الآتية:

$$\theta = \theta = 0$$

🤙 اكتشف الخطأ: في إحدى مسابقات الرياضيات طلب المعلم من كريم وزياد إيجاد قيمة جا(٥ - ٣٠٠) فأيهما إجابته صحيحة! فسر ذلك.

$$[(\theta - \frac{H}{r}) + ]$$
 اج $= (\frac{H}{r} - \theta)$  اج $= (\theta - \frac{H}{r})$  اج $= \theta$  انج $= (\theta$  انج $= (\theta$  انج $= (\theta + \theta)$ 

$$(\frac{\pi}{\tau} \cdot \theta : \pi\tau)$$
 جا  $(\frac{\pi}{\tau} \cdot \theta : \pi\tau)$  ہے  $(\frac{\pi}{\tau} \cdot \theta)$  ہے  $(\theta + \frac{\pi\tau}{\tau})$  ہے ۔  $(\theta + \pi\tau)$ 

# 🕃 تصن شر فاست

أوجد جميع قيم 6 حيث 6 € ]. ، إلى والتي تحقق كل من المعادلات الآتية :

$$1 = (\theta - \frac{\pi}{\tau})$$
ize  $\tau = \theta$ is  $= (\frac{\pi}{\tau} - \theta)$ isi  $= \theta$ ize  $-\theta$ ize  $= 0$ 

# 🤏 تمـــاريـن ٤-٤ 🌏

# أولاء أكمل ماياتيء

# ثانيًا، أكمل كلَّا مما يأتي بقياس زاوية حادة

$$-$$
 اف کان نشا $heta$  - طا $heta$  حیث  $heta$   $<$   $heta$   $<$   $heta$   $<$   $heta$  اف کان نشا $heta$  - طا $heta$  حیث  $heta$ 

الله المان جا 
$$\theta$$
 ، جتاءً  $\theta$  حيث  $\theta$  زاو په حادة موجبة فإن  $\theta$  ،

$$- heta$$
 اِذَا كَانَ قَا $heta$   $- heta$ ا قَانَ طَنَا  $heta$  . أَوْنَ طَنَا  $heta$ 

$$==( heta oxedup)$$
 فإن طا  $heta$   $=$  طنا $heta$  حيث  $heta$   $=$  فإن ف $\pi$  ( في ال $\pi$ 

$$\theta$$
ا إذا كان جتا  $\theta$  = جا $\theta$  حيث  $\theta$  زاو ية حادة موجبة فإن جا $\theta$ 

# ثالثًا: الاختيار من متعدد:

$$\theta$$
 و و  $\theta$  الموری  $\theta$  الموری  $\theta$  الموری  $\theta$  الموری  $\theta$  الموری الموری  $\theta$  الموری  $\theta$  الموری الموری

الآ) إذا كان جا 
$$\theta$$
 = جنا  $\theta$  حيث  $\theta$  زاو يه حادة موجبه فإن ظا $(-1^n-\theta)$  تساوى  $\frac{1}{\pi}$  و  $\theta$ 

# رابغاء أجب عن الأسئلة الأثبة

- ٠٠٠ أوجد إحدى قبم 6 حيث ﴿ 6 < ١٠ التي تحقق كلا من الآتي:
  - (" ο θ۲) ا جا(" ο θ۲) = ا
  - ("10+0)|si = ("T0+0)|si Y
  - ("r θr) lib = ("r +θ) lib ?
    - 1. + 0 Le 2 2 1 2 2
      - ١٠٠٠ أوجد قيمة كل مما يأتي:

10-6-1

- \* VA . 116 3

الم ظنا ١٠٠٠

- Trais 4
- #V 1 5

3 - 1 - VA

- #11 to A
- (٢٠) إذا كان الضلع النهائي لزاوية قياسها 6 والمرسومة في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب (- يَّ، غُ) فأوجد:
  - $(\theta \frac{\pi}{r})$  is  $\forall$

(8- "1A-) - 1

 $(\theta - \frac{\pi r}{r})$  (3.1)

(8 - "T1-) 16 ₹

("rv--θ) b= 1

- أَنَّ اكْتَلَدُفُ الخَطَّا: جِمِيعِ الإجاباتِ الثاليةِ صحيحة ماعدا إجابة واحدة فقط خطأ، فما هي:
  - ۱- جنا ∂ تساوي

- ر حا (θ-"٢٦٠) انه عن (θ-"٢٦٠) انه جن (θ-"٢٧٠) انه عن ا

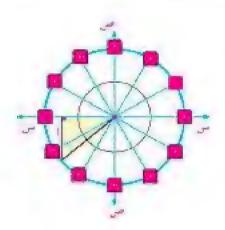
Y- جا $\theta$  تساوي

- $(\theta \cdot \frac{\pi}{r}) = 3$   $(\theta \cdot \frac{\pi r}{r}) = *$
- $(\theta \cdot \pi) = \forall \qquad (\theta \cdot \frac{\pi}{s}) = 1$

- ۳- ظاθ تسادی (Ø~°4 · ) \= 1



- البيط بالتكنولوجيا: عند استخدام كريم حاسويه المحمول كانت زاوية ميله مع الأفقى ١٣٠٥ كما هو موضح بالشكل المقابل.
- ارسم الشكل السابق في المستوى الإحداثي، بحيث تكون
   الزاوية ١٣٣٠ في الوضع القياسي ثم أوجد زاويتها المنتسبة.
- ب اكتب دالة مثلثية بمكن استخدامها في إيجاد فيم أ، ثم أوجد قيمة أ لأقرب سنتيمتر.



المتنابي: تنتشر لعبة العجلة الدوارة في مدينة الملاهي، وهي عبارة عن عدد من الصناديق تدور في قوس دائري يبلغ نصف قطره ١٣ مثرًا، فإذا كان قياس الزاوية المشتركة مع الضلع النهائي في الوضع القياسي الم

ارسم الزاوية التي قياسها <sup>27</sup> في الوضع القياسي.

اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها في إيجاد قيمة
 أشر أوجد قيمة أ بالمتر الأقرب رفمين عشر يين.

# (۱۸) تفکیر نامدز

- (i)  $\theta \in \mathbb{R}$  (ii)  $\theta \in \mathbb{R}$  (iii)  $\theta \in \mathbb{R}$ 
  - $\theta$  اذا كان جتا  $(\frac{\pi \gamma}{\gamma}) = (\theta \frac{\pi \gamma}{\gamma})$  جا ازاوية  $\theta = (\theta \frac{\pi \gamma}{\gamma})$  اخراوية  $\theta$ .

# 0- 2

# التمثيل البيانى للدوال المثلثية

# Graphing Trigonometric Functions

#### سوف تتعلم

موف تتعلم: ه رحم بالهُ الحجم والمداح الرمح دالة حبب الترام واستنتاج خوضها



وَكِرْ 👂 نَامَانُ تعتمد الموجات فوق الصوتية على ترددات

عالية تختلف في طول الموجة. كما تستخدم في التصوير الطبي، وتستخدمها الغواصات كجهاز رادار يعمل في أعماق المحيطات وعند تمثيل هذه الموجات

بمختططات بيائبة لتعرف خواص دالة الجيب وجيب النمام قم أثت وزملاؤك بالأعمال النعاونية التالية:

#### Represent sine function graphically

# التمثيل البيائي لدالة الجيب

# anglet for 🕖

المصطلحات الأساسنية

4 والله الجــــ Sie e function الإراكة والأراجية المعارضة الم

ه ازیرهٔ عظی Manistrano Malan

Minimum vialue ه المعاقصة ري

الأدوات والوسائل

4 ألة حالية رسومية ٥ جاميم آلي ه برایج پیونچهٔ أكمل الجدول التالي بالاشتراك مع زملائك:

A 7	77.55	<u>#4</u>	<u>Æ∨</u>	л	<u> </u>	<u>#1</u>	<u>#</u>	ч	θ
							٠,٥	A	0 L

- ارسم المنحني بتوصيل جميع نقاطه.
- أنشئ جدولا آخر مستخدما فيم المعكوس الجمعي للقيم الموجودة في الجدول السابق.
  - عين جميع النقاط اثنى حصلت عليها على شبكة الإحداثيات.
    - أكمل رسم المنحني بتوصيل جميع نقاطه.

عل الحظت وجود قيم عُظمى أو قيم صغرى لهذا المنحني. قشر إجابتك؟

## Properties of the sine function





طى الدالة د حيث د $\theta$ ) = جا $\theta$  فإن:

- ★ مجال دالة الجيب هو ] ١٥، هم ا ومداها [ ١٠، ا
- دالة الجبب دالة دورية ذات دورة ٣٢ أى أنه يمكن إزاحة المنحني في الفترة [٣٢،٠] إلى اليمين أو اليسار 77 وحدة، ٣٤ وحدة، ... وهكذا.
  - القيمة العظمى لدالة الجبب تساوى ١ وتحدث عند التقاط ٢٠٠٠ و ٢ ن٦٠٠٠ ن وصم.
  - القيمة الصغرى لدالة الجيب تساوى ا وتحدث عند النقاط  $\frac{Rr}{r} = \theta$  ن  $\in$  ص-

#### Represent cosine function graphically

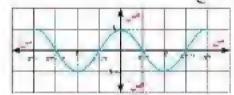
#### القمثيل البيائي لدالة جيب التعام



أكمل الجدول التالي بالاشتراك مع زملائك:

<b>π</b> Υ	$\frac{H^{(1)}}{1}$	75.4	<u>Ay</u>	π	<u># 0</u>	<u> </u>	<u>#</u>	-	θ
							٠,٨	1	جتا 🖯

- ٢ ارسم المنحني بتوصيل جميع نقاطه.
- ٣ أنشئ جدولًا آخر مستخدمًا فيم المعكوس الجمعي للقيم الموجودة في الجدول السابق.
  - عين جميع النقاط التي خصلت عليها على شبكة الإحداثيات.
    - أكمل رسم المنحني بنوصيل جميع نقاطه.



#### Properties of cosine function

# خواص دالة حيب التمام



- ﴿ عجال دالة جيب النمام هو ]-∞، ∞ [ ، ومداها |-١، ١]
- دالة جيب النمام دورية دات دورة ٣٠٠ أى أنه يمكن إزاحة المنحني في الفترة [٠٠ ٣٣] إلى اليمين أو اليسار
   ٣١ وحدة ٣٤ وحدة ٢٠ وحدة ٥٠٠ وحدة ٥٠٠ وحكما.

#### التعتبل البيائي لظنوال العنتية

- القيمة العظمى لدالة جيب التمام تساوى اوتحدث عند النقاط θ = ±۱ ن π
   ن ∈ صــ
- القيمة الصغرى لدالة جيب التمام تساوى ١ وتحدث عند التقاط θ = π ± πن ن و صـ

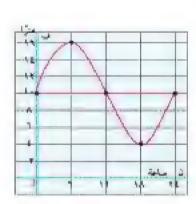
# (Ela-

آنا الرباط بالشعزبات بمكن لإحدى السفن الدخول إلى الميناء إذا كان مستوى المياه مرتفعًا نتيجة حركة المد
والجذر، بحيث لا يقل عمق المياه عن ١٠ أمتار، وكانت حركة المد والجذر في ذلك اليوم تخضع للعلاقة
ف = ٦ جا (١٠٥ ن) ١٠٠ حيث ن هو الزمن الذي ينقضي بعد منتصف الثيل بالساعات تبعًا لنظام حساب
الوقت بـ ٢٤ ساعة. أوجد عدد المرات التي يبلغ فيها عمق الميناه ١٠ أمتار تمامًا.

ارسم مخططًا بيانيًّا ببين كيف يتغير عمق المباه مع تغير حركة المد والجذر أثناء اليوم.

#### 🥮 الحل

العلاقة بين الزمن (ن) بالماعات وعمق المياه (ف) بالأمتار عي



Ť£	14	48	٦		ن الساعات
١ -	£	4 -	17	4 -	ف بالأمتار

من الجدول نجد أن: عمق المياه تبلغ ١٠ أمتار

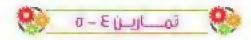
متناسان = ۱ ، ۱۲ ، ۱۲ سامه

# 🧓 حلول أن تحل

🕥 في المثال السابق أوجد عدد الساعات خلال اليوم التي تستطيع فيها السفينة الدخول إلى الميناء؟

# 😵 تحقن قرر عشريت

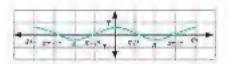
- ال ارسم منحني الدالة ص = ٣جاس حيث س 3 [ ١٠ ]
- ا ارسم منحني الدالة ص = ٢ جناس حيث س € [٢٠٢]



# أولا: أكمل مايالي:

- مدى الدالة و حيث ر( heta) = جاheta هو ( heta)
  - مدى الدالة د حيث د $(\theta)=7$  جا $\theta$  هو  $(\mathbf{r})$
- $oldsymbol{Y}$  القيمة العظمي للدالة ع حيث ع $oldsymbol{( heta)}$  =  $oldsymbol{1}$  على .
- ٤ القيمة الصغرى للدالة هـ حيث هـ (الله عن المعنى ا

# ثانيًا: اكتب قاعدة كل دالة مثلثية بجوار الشكل المناظر لها.



شكل (٢) القاعدة هي:



شكل (١) القاعدة هي:

# ثالثًا: أجب عن الأسئلة الاتية:

- . أوجد القيمة العظمي والقيمة الصغرى، ثم احسب المدى لكل دالة من الدوال الآتية :
  - ا ص ≃ جا∂
  - ب ص ۳ جنا⊕
  - $\theta = \frac{r}{r} = m + r$
- أي مثل كل من الدوال ص ٤ جناθ، ص ٢ جاθ باستخدام الآلة الحاسبة الرسومية أو بأحد برامج الحاسوب الرسومية ومن الرسم أوجد:
  - ب القيم العظمي والقيم الصغري للدائة.

أ مدى الدالة.

# إيجاد قياس زاوية بمعلومية إحدى نسبها المثلثية

Finding the Measure of an Angle Given the value of one of its Trigonometric Ratios

#### تشوف تتعلم

فكر و نافش

إيجاد قباس زاوية بمعفوجية دالة
 بناشق

علمت أنه إذا كانت ص = جا θ فإنه يمكن إيجاد قيمة ص بمعثومية الزاوية θ. وعندما تعطى فيمة ص فهل يمكنك إيجاد قيمة θ؛



إذا كانت ص = جا 🕀

فإنه يمكن إيجاد قيم  $\theta$  إذا علمت فيمة س.

# Him

المصطلحات الأساسية

أوجد θ حيث ٠٠ < θ < ٣٦٠ والتي تحقق كلاً مما يأتي:</li>
 1] حا θ = 0.7٢٠٥ .

. देशीय स्थित व

Ingonomoire function

🍑 الحل

المناجيب الزاوية > -

الزاوية نقع في الربع الأول أو الثاني.

وباستخدام الآلة الحاسية:

SHIFT sin 0 , 6 3 2 5 m mm

الربع الأول: 0 = ١٤ ١٤ ٢٩"

الربع الثاني: ١٤٠ - ١٥ - ١٥ - ١٤ - ١٥ - ١٤٠ - ١٤٠ أ

الأدوات والوسائل

ه آلة حاجة عليه

🍑 🗥 ظل تمام الزاوية < -

.". الزاوية نقع في الربع الثاني أو الرابع:

وباستخدام الألة الحاسبة:

SHET start 1 . 6 . 2 . 0 . 4 K' - 'err

الربع الثاني: 0 = ١٨٠ " - ٤٨ أ ٤٠ "٢١ " = ١٢ أ ١٩ أ ١٩٠ "

الربع الرابع: ١٤ - ٢١ - ١٨ - ٢١ - ١٢ - ١٩ ٢١٠ ١٩ ٢٢٨

هل يمكنك التحقق من صحة الحل باستخدام الألة الحاسبة?

## 🧓 حاول ان تحل

(١) أوجد 6 حيث · < 6 < ٣٦٠ والني تحقق كلًا مما يأني: (r. 1710-)-015 Y

-,77-0-8 E- 1

(1.1-TI-)-863 =

# والتشريش بشريشها

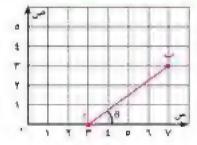
- الربط باللهاب الرياضية: توجد لعبة التزحلق في مدينة الألعاب، فإذا كان. ارتفاع إحدى اللعبات ١٠ أمنار وطولها ١٦ منزًا كما في الشكل المجاور. فأكتب دالة مثلثية بمكن استخدامها لإبجاد قيمة الزاوية 6 ثم أوجد قيمة هذه الزاوية بالدرجات لأقرب جزء من ألف.
  - 👣 سيارات: يهبط كريم بسيارته أسفل منحدر طوله ٦٥ متر وارتفاعه ٨ أمتار، فإذا كان المحدر يصنع مع الأفقى زاوية قياسها 6 ـ أوجد 6 بالتقدير الستيني.
  - 😿 اكتشفف الخطا: بسبب الرياح انكسرت نخلة طولها ٣٠ مثرًا. يحيث تأخذ الشكل المجاور، فإذا كان طول الجزء الرأسي منها ٧ أمتار، والجزء الماثل ١٣ مترًا وكاتت θ هي الزاوية التي يصنعها الجزء الماثل مع الأقتى. فأوجد 6 بالتقدير الستيني.

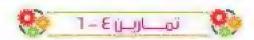


إجابة كريم <u>'''</u> = θ ਤਿੰਹ '.' "YY YE 15 - 0 ...

اجاية عبم  $\frac{17}{32} = \theta \%$ '0V YO 17 - 8 ..

> النصكير النافح: الشكل المجاور يمثل قطعة مستفيمة تصل بين النقطتين أ(٣٠٠)، ب (٧٠ ٣) أوجد قياس الزاوية المحصورة بين أب ومحور البنائد





# أولاه الاختيار من متعدده

ا از از کان جا heta ه ۱۳۲۵ و حیث heta زاو په حادهٔ موجیهٔ فإن heta و ( heta) تساوي ( heta)

"TT. TAN T "TE TEV -°±3.513 €

Pro. 777 |

"TE- 160 7 "119,-00 4

"YSS. -00 3

# ثانيًا، أجب عن الأسئلة الأثبة،

 إذا قطع الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في الوضع الفياسي دائرة الوحدة في النقطة ب، فأوجد كلًّا من جنا 6. جا 6 في الحالات الآنية.

 $\left(\frac{1}{2^{n}}, \frac{1}{2^{n}}\right) = \frac{1}{2^{n}}$ 

 $(\frac{\overline{\pi}}{v}, \frac{1}{v}) = 1$ 

 $\{\frac{\Lambda}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}, \frac{\Lambda}{\lambda_3}\}$ 

💽 إذا قطع الضلع النهائي لزاوية قياسها 6 في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة ب، فأوجد كلَّا من  $\delta\theta$ ,  $\delta s\theta$   $\delta$ ,  $\delta\theta$   $\delta\theta$ ,  $\delta\theta$ 

 $\left(\frac{q}{q} - \frac{q}{q}\right) = \frac{q}{q}$ 

 $\left(\frac{\uparrow}{a\lambda}, \frac{1}{a\lambda}\right)_{-\frac{1}{2}} \forall$ 

💽 إذا قطع الضلع النهائي لزاوية فياسها 6 في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة ب. فأوجد كلًّا من ظا 6. ظنا 6 في المعالات الآنية:

 $\left(\frac{T}{\sum_{i=1}^{n} t_i} - t_i \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i}\right) = 1$ 

 $\left(\frac{\tau}{s} - \frac{\epsilon}{s} - \right) = \tau$ 

 $\left(\frac{3}{\frac{1}{12}} + \frac{7}{12}\right) = \frac{7}{7}$ 

٤) إذا قطع الضلع النهائي لزاوية قياسها 6 في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة ب iوحد: و $g(x, \theta)$  حث  $i < \theta < 1$  عندما:

 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \downarrow 1$ 

(A (T) = \*

( 1 s 1 ) y

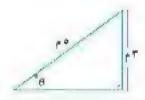


- 1,800 T W 7
- T, TTIA 1 1-15 =
- (7,75% -) 16 5

(+,\E07-)'\b \*

(1,7 - e-) 1 (c) 9

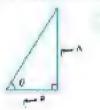
- إذا كانت ٠٠﴿ ﴿ ٢٦٠ فأوجد قياس زاوية € لكل مما يأتي:
   إذا كانت ٠٠٠﴿ ﴿ ٢٠٥٦ فأوجد قياس زاوية € لكل مما يأتي:
   إذا كانت ٠٠٠﴿ ﴿ ٢٠٥٦ فَأُوجِد قياس زاوية € لكل مما يأتي:
  - إذا كان جا θ = أو وكانت ٩٠ و ﴿ وَكَانِت ١٨٠ و ﴿
     أ احسب قياس زاوية θ الأقرب ثانية
  - → أوجد قيمة كلُّ من: جتا∂ ، ظا∂ ، قا6.



- السلم عن السلم عن السلم عن المثار بستند على جدار فإذا كان ارتفاع السلم عن الأفقى.
   الأرض يساوى ٢ أمتار فأوجد بالراديان زاوية ميل السلم على الأفقى.
  - أوجد قباس زاوية 9 بالقباس السنيني في كل شكل من الأشكال الأنية:







# ملخص الوحدة

الزاوية الموجهة: هي زوج مرتب من شعاعين ( و أ ، و ب ) هما ضلعا الزاوية، لهما نقطة بداية واحدة هي وأس الزاوية، ويسمى و أ انضلع الابتدائي، و ب الضلع النهائي للزاوية:





- ١ الوضع القياسي الزاوية: في نظام إحداثي متعامد تكون رأس الزاوية هي نقطة الأصل، وضلعها الابتدائي يقع على الجزء الموجب لمحور السينات.
- الزوايا المتكافئة: هي الزوايا التي قباساتها على الصورة (θ + ن × ٣٦٠) حيث ن ∈ ص. يكون لها نفس الضلع النهائي.
- الزاوية النصف عمادية: هي الزاوية المركزية في الدائرة ونقابل قومًا طوله يساوى طول نصف قطر الدائرة.
- العلاقة بين القياس المعتيني والدائري: إذا كانت لدينا زاوية قياسها المتيني بساوي س" وقياسها الدائري بساوي
   قان:

$$\frac{a_{1h}}{3l} \times {}^{6}\theta = {}^{6}\omega$$
 ,  $\frac{\pi}{a_{1h}} \times {}^{4}\omega = {}^{1}\theta$ 

- ٢ طول القوس، إذا كان θ هو قياس الزاوية المركزية لدائرة طول نصف قطرها مي تقابل قوسًا من الدائرة طوله ل فإن ل - θ م مي.
  - ٧ الزاوية الربعية: هي زاوية في الوضع القباسي، بحيث يقع ضلعها النهائي على أحد المحورين س أو ص.
- الثرة الوحدة: هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي، ومركزها نقطة الأصل، وطول نصف قطرها وحدة واحدة.
  - التسبة المثانية: هي نسبة بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية.

#### أ أشارات الدوال المثنية:

			الحظ أن:
الربع الرابع:	المربع الثائث:	المربع الثاني.	الربع الأول:
"τι. > θ > "τν.	"tV. > 0 > "\x.	$^{\circ}$ th. $> \theta > ^{\circ}$ fix	°4.>0>°.
جنا θ، قا θ موجيتان	ظا $  heta .$ ظاء $  heta .$ ظاء الله طاء الله طاء الله طاء الله طاء	$oldsymbol{arphi}$ جا $oldsymbol{ heta}$ ، قنا $oldsymbol{ heta}$ موجبنان	كل الدوال المثلية موجبة
وباقي الدوال سالبة	وياقي الدوال سالبة.	وباقي الدوال سالية.	

# ملخص الوحدة

#### ١١ الدوال المثلثية للزاويا التي قياساتها:

10- "1A+1 Mgh

815 - (8 "14-) 15 , 8 1- - (8 "14-) 1-عِنا (۱۸۰ · 0) - - جِنا في قا (۱۸۰ · 0) - - وقا في الما تا الم 

#### وَالْفُونِ وَ الْمُونِ وَ اللَّهِ مِنْ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ اللَّهِ

#### (() - "4 - ) : (in)

طا(۵۰° - (θ منا ۱۰) انتخاط ، طا(۵۰° ۱۰) انتخاط 86- 10 1-15 . 86-10-14-16 θ 발 = (θ - "૧٠) 법 . Θ 법 = (θ - "٩٠) 법

# (A- "TW.) LaL

θ 5 - (θ - 'TV -) 15 , θ 15 - - (θ - 'TV -) 12 日じ-(日 \*TV-) は 、日は- (日 \*TV-) は

#### (19 - 19 - 19 - 15

#### (B) - TV - Practice

عا (8- "TY-) الله ، الله - - الله - "TY-) الم حداد ۱۹۰۰ ما ۱۹۰۰ ما ۱۹۰۱ ما ۱۹۰۱ ما ۱۹۰۱ ما ۱۹۰۱ ما 84 - (8- \*rv-) 16 , 84 - (8- \*rv-) 16

# ١١ خواص كل من دالتي الجيب وجيب التمام

$ heta$ دالة جيب التمام $\epsilon( heta) = - \epsilon$	دالة الجيب د(θ) = جا θ	الخاصية
البجال هو   €، ≠  ، البدي هو   ١٫١	البجال هو   ١٠٠٥م   ، البنتي هو إ ١٠٠١	المجال والمدن
تساوی۱ هندس د±۲ن ۲،ن ∉ صح	تساوی ۱ عندس = آب ۲۰ تر ۱۳ ، ن € ص	الفيعة العظمى
ناوی ۱ خندس د ۱۳ ان ۲۳ ان ∈ هی	$\frac{A^{k}}{k}$ عبد $R=\frac{A^{k}}{k}$ . $T$ , $0 \in \mathcal{A}_{p}$	الثيمة الصغرى

١٤ إذا قطع الفيلم النهائي للزاوية 6 المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة ب(س، ص) فإن س عجتا ، ص عجا ، وتعرف بالدوال الدائرية.

# ailli cuques (1)

قم بزيارة القواقع الآثية؛



































































































# اختبارات عامة

(الخبر وحساب المثلثات)

77 T A

# الاختبار الأول

# السؤال الأول : أختر الإجابة الصعيحة من بين الإجابات المعطاة:

ان کانت حا
$$\theta$$
- ۱۰ حتا $\theta$ - فاین نساوی  $\pi$ ت جا $\pi$  به  $\pi$ ت جا $\pi$  به  $\pi$ ت جا

(٣) المعادلة التربيعية التي جذراها ٢-٣ت ، ٢-٣ت هي 1 س'+ عس +١٢ - - ب س'- عس - ١٢ - - ج س'+ عس - ١٢- - ه س'- عس - ١٣- -

ا الله المنافذ المعادلة س٢ - (م٢٠) س٣٠ - معكومًا جمعيًا للجذر الآخر فإن م تساوى المادة س٢٠ - معكومًا جمعيًا للجذر الآخر فإن م تساوى

# السؤال الثانيء أكمل

- أَ الذالة د: حيث د(س) = ١٠ (س ١) (س + ٢) موجبة في الْفَتْرة
  - ٧ الزاوية التي قياسها ٩٣٠ تقع في الربع
  - ج إذا كان حتا $\theta$   $\frac{1}{7}$  حا $\theta$   $\frac{7}{7}$  فإن $\theta$  تساوى
- المعادلة التربيعية التي جذراها ضعف جذري المعادلة ٢٠٠٠ ٨س ٥ ٠ هي

# السؤال الثالث:

- ا ضع العدد + ات في صورة عدد مركب حيث ت ٢ = -١.
- ب إذا كان ٤ جا ا- ٣ ، أوجد ق ( \ ا) حيث ا € ] . على

# السؤال الرابع:

إذا كانت د: ح → حيث د(س) = ٠ س ١٠ ٨ س - ١٥
 إذا كانت د: ح → حيث د(س) = ٠ س ١٠ ٨ س - ١٥
 أولًا: ارسم منحني الدالة في الفترة | ١٠٧ | نائيًا: عبن من الرسم إشارة هذه الدالة.

ب إذا كان س = ٢٠١٣، ص= ٤٠<u>٢٠</u> فأوجد س ، ص في صورة عدد مركب.

## السؤال الخامسء

- ا أوجد مجموعة حل المتباينة س٢٠٢س ٤ هـ .
- au إذا كان ظا ب  $= \frac{7}{7}$  حيث au  $^{\circ}$   $< \psi < ^{\circ}$  au فأوجد قيمة: جنا  $( \, ^{\circ}$   $^{\circ}$   $\psi )$  جنا  $( \, ^{\circ}$   $\psi )$

# اختبارات عامة

# (الجبر وحساب المثلثات)

# الاختيار الثاني

# السؤال الأول: أكمل ما يأتي

- 🕔 أبسط صورة للعدد التخيلي ت" \_\_\_\_\_
- (٤) إذا كان جذرا المعادلة س٢ ٦س ل ٠ حقيقيان ومنساو يان فإن ل -
  - $(\theta \leq \theta \leq \theta \leq \theta)$  و کان حال  $\theta = = \theta$  فإن ق  $(\leq \theta)$ 
    - هو الدالة د حيث د $(\theta) = \frac{r}{2} + \epsilon \theta$  هو

## السؤال الثَّاني: أختر الإجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(أ المعادلة: سا(س - ١) (س ١٠) = ١ من الدرجة:

الراسعة والراسعة

1.31 1

📢 إذا كان جذرا المعادلة س٣٠٠ ٣٠س - م عد حقيقيان ومختلفان فإن م تساوي :

ب الثانية

a # + + + 11

 إذا كان مجموع قياسات زوايا أي مضلع منتظم تساوي ١٨٠ (له - ٢) حيث له عدد الأضلاع فإنقياس زاوية المثمن المنتظم بالقياس الدائري تساوي:

. 3 <u>#</u>#

پ

ون کان rحتا heta -  $\pi$  ،  $\pi$  حheta خان ق $( extstyle \geq 0 )$  پـــاوی (  $( extstyle \geq 0 )$ 

<u>#</u> 3 <u>#</u> 4

77 Y

 $\frac{\pi}{\tau}$  1

#### السلال الثالث :

- أ أوجد قيمة لا التي تجعل أحد جذري المعادلة : ١٤ ص ٣٠ ٧ ص + لة " + ١ ص و الممكوس الضربي للجذر الآخر.
  - $\cdot$  إذا كان جا $\theta$  = جا ۱۹۰ جنا ۲۰۰ جنا (۲۰۰ مجا (۲۰۰ ) ظنا ۱۲۰ حيث  $heta > \theta > au$  فأوجد  $(\Delta + \theta)$  .

# السؤال الرابع:

- أولا: أوجد فيمتى أ، ب اللتين تحفقان المعادلة: ١٣ · ١٣ أت م ٤ب ٢٧ ث ثانيا: أوجد في ح مجموعة حل المنباينة: س (س ١٠٠) - ٢ € .
- واو ية مركز بة قياسها θ مرسومة في دائرة طول تصف قطرها ١٨ سم وتحصر قوسا طوله ٢٦ سم . أوجد θ بالقياس المشيئي.

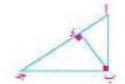
# السؤال الخامس:

- إذا كان مجموع الأعداد الصحيحة المتالية (١٠٠١-.... نه) يعطى بالعلاقة ح = ب (١٠٠ه) فكم عددا صحيحا متناليا بدءا من العدد ١ يكون مجموعها مساويا ٢١٠
- ب إذا كان جاس عبيث ٢٠٠ < س < ١٨٠ " فأوجد جا (١٨٠ " س) ظا (٢٦٠ " س) ٢٠ جا (٢٧٠ " س).

# اختباراتعامة

الاختيار الثالث (المندسة)

# السؤال الأول: أكمل ما بأتي



- المضلعان المشابهان لثالث يكونان
  - 🐨 في الشكل المقابل:-

أولا: (اب)' = او × \_\_\_ ، (حد)' = جدا ×

ئانيا: و أ × و حـ - \_\_\_\_

ثالثا: أب×ب جـ = \_

## السؤال الثاني: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مستطيلان متشابهان الأول طوله ٥ سم والثاني طوله ١٠ سم ، فإن النسبة بين محيط الأول إلى محيط الثاني يساوى:

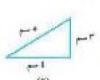
421 F

150 3

- TEN 14 0:4 1
  - أي من المثلثين الآتيين متشابهين؟







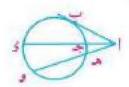


- (E) = (1) 1
- (T).(1) P (E) - (T) Y
- إذا كانت النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين ١ : ٤ قإن النسبة بن مساحتي سطحيهما تساوي
  - 17:1 3

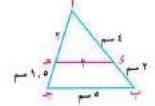
(£), (Y) 3

- 1:14
- قي الشكل المقابل: كل التعبيرات الرياضية التالية صحيحه ماعدا العبارة:

  - 1 (اب)'=اج×ائ الا(اب)'=اه×او
  - ۴ اجدار= اهداو قاجدجرد= اهدهو



# السؤال الثالث :

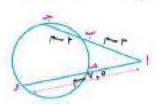


- 1 في الشكل المقابل: △ أي هـ ~ △ أب جـ أثبت أن: و هـ // و إذا كان: أ ي = ٤ سم ، ي ب = ٢ سم ، هـ جـ = ٥ ,١ سم، ب جـ = ٥ سم. أوجد طول كل من آهـ ، وهـ
- 😾 آب جدمثلث، ی 🗦 ب چهپی پی و 🗢 سم ، ی جد تا سم ، هد 🤆 آج بحیث ا هد تا سم ، چدهد تا ت أثبت أن △ و هـ جـ ~ △ أب جـ ، ثم أوجد النسبة بين مساحتي سطحيهما

# اختباراتعامة

# السؤال الرابع ،

- أقى الشكل المقابل: ق(∑اء هـ) = ق(∑جـ)
   اء = ٤ سم ، أهـ = ٥ سم ، ٤هـ = ٢ سم ، هـ جـ = ٣ سم
   أوجد طول كل من : وَ بَ ، بَ جَـ



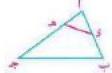
#### السؤال الخامس :

- او متوسط فی المثلث آب جـ ، نصفت ∑اوب بمنصف قطع آب قی هـ ، نصفت ∑او جـ بمنصف قطع آجـ فی و ، رسم مـ و ، اثبت أن مـ و // ب جـ



# السؤال الأول: أكمل ما يأتي

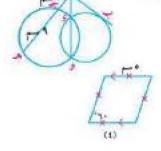
- أى مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان
- آقی الشکل المقابل:
   إذا کان المثلث △ او هـ ~ △ ا جـ ب
   قإن ق ( ∠ أ و هـ ) = ق ( ∠ \_\_\_\_\_)

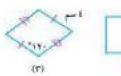


- 😮 إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للوثرين كه ، س ص في نقطة به فإن: به ي . ب هـ = \_\_\_\_\_
  - قى الشكل المقابل: إذا كان ا جـ٣ سم ، جـهـ٩ سم فإن اب = \_\_\_\_

# السؤال الثاني: أختر الإجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة:

أى من المضاعين الآتيين متشابهين؟



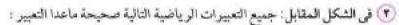


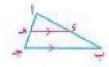


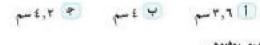


43.4

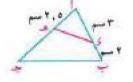
# اختبارات عامة







# السؤال الثالث :



1 في الشكل المقابل: △ أب جـ ~ △ أ هـ ٤ أثبت أن الشكل ب جدد و رباعي دائري وإذا كان أ و = ٣ سم ، بء = ٢ سم، ا ه = ٥ , ٢ سم . أوجد طول ه ج.

쭞 أب جدى شكل رباعي تقاطع قطراه في هـ . رسم 🕳 🖒 جبُّ ويقطع آب في و رسم هم // جوة ويقطع أو في م. أثبت أن وم الربي .

# السؤال الرابع:

😾 أب جدى شكل رياعي فيه ب جد = ٢٧ سم، أب = ١٢ سم، أي = ٨ سم، وجد = ١٢ سم، اج = ١٨ سم، أثبت أن △ ب اج ~ △ ا ء جو أوجد النسبة بين مساحتي سطحيهما .

# السؤال الخاسء



- 1 في الشكل المقابل: آب مماس للدائرة ، جرمنتصف آء ات= ١٦ أوجد طول احد
- لا أب جمثلث فيه أب = ٨ سم ، أج = ١٢ سم ، ب ج = ١٥ سم ، آر ينصف ∠ أ ويقطع بجد في ١٥ ثم رسم ي هر // ب آ ويقطع آج في هـ ، أوجد طول كل من بي ، جه

At Xev 1	المقاس
<b>3344</b> 144	عدد السفحات بالغلاف
۲۰ چیرام	وریق اشتن
کوشیه ۱۸۰ جم	ورق الفلاف
₹ ٿــــون	فلوان الثاني
۽ لــــون	ألوان القلاف
£17/4+/₹/33/4/₹+	رقم الكتــــــاب

http://elearning.mod/gov/en-

